

**Контрольная № 3**  
**Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014**

*Если в условии не оговорено обратное, то система координат предполагается прямоугольной декартовой.*

**Вариант 1**

**Задача 1.** Дать определение собственного и несобственного пучка плоскостей. Сформулировать и доказать критерий принадлежности плоскости пучку, которому принадлежат две данные плоскости.

**Задача 2.** Определить взаимное расположение трёх прямых на плоскости:  $x + 2y + 3 = 0$ ,  $2x + 3y + 5 = 0$  и  $x - y + 7 = 0$ .

**Задача 3.** Найти внутренние углы треугольника, образованного прямыми

$$x + y - 1 = 0, \quad x + 2y - 1 = 0, \quad 2x - 5y + 2 = 0.$$

**Задача 4.** Доказать, что прямая  $5x - y - 5 = 0$  пересекает отрезок прямой  $3x - 2y - 6 = 0$ , заключённый между осями координат.

**Задача 5.** Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $(1, 2, 3)$  и пересекающей прямые

$$\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}, \quad \frac{x}{4} = \frac{y+2}{0} = \frac{z}{3}.$$

**Контрольная № 3**  
**Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014**

*Если в условии не оговорено обратное, то система координат предполагается прямоугольной декартовой.*

**Вариант 2**

**Задача 1.** Дать определение собственного и несобственного пучка прямых на плоскости. Сформулировать и доказать критерий принадлежности трёх прямых одному пучку.

**Задача 2.** Определить взаимное расположение двух плоскостей

$$\begin{cases} x = -3 + u + 2v, \\ y = -v, \\ z = u, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 + 3u, \\ y = 2 - u + v, \\ z = 8 + u + 2v. \end{cases}$$

Если они пересекаются, найти каноническое уравнение прямой пересечения.

**Задача 3.** Даны уравнения основания равнобедренного треугольника  $x + y - 1 = 0$  и боковой его стороны  $x - 2y - 2 = 0$ . Точка  $(-2, 0)$  лежит на другой боковой стороне. Найти уравнение третьей стороны треугольника.

**Задача 4.** Не находя точку пересечения прямых  $2x - 6y + 3 = 0$  и  $5x + y - 2 = 0$ , провести через неё прямую, проходящую через начало координат.

**Задача 5.** Даны три прямые

$$\begin{cases} x = 3 + t, \\ y = -1 + 2t, \\ z = 4t, \end{cases} \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-4}{-1}, \quad \begin{cases} x - 3y + z = 0, \\ x + y - z + 4 = 0. \end{cases}$$

Найти уравнение прямой, пересекающей первые две из указанных прямых и параллельной третьей.

**Контрольная № 3**  
**Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014**

*Если в условии не оговорено обратное, то система координат предполагается прямоугольной декартовой.*

**Вариант 3**

**Задача 1.** Дать определение собственной и несобственной связки плоскостей. Сформулировать и доказать критерий принадлежности плоскости связке, которой принадлежат три данные плоскости.

**Задача 2.** Определить взаимное расположение прямой

$$\begin{cases} x - 3y + 1 = 0, \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

и плоскости  $x + 2y - 2z - 2 = 0$ . Если они пересекаются, найдите точку пересечения.

**Задача 3.** Даны две прямые  $x + y = 0$  и  $x - 2y + 6 = 0$ . Найти третью прямую так, чтобы вторая из указанных прямых была биссектрисой угла между ней и первой прямой.

**Задача 4.** Даны точки  $P = (1, 2)$  и  $Q = (3, -4)$ . Не находя уравнения прямой  $PQ$ , найти точку  $R$  её пересечения с прямой  $x + y - 2 = 0$  и отношение  $\lambda$ , в котором она делит отрезок  $PQ$ .

**Задача 5.** Провести плоскость через параллельные прямые

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}, \quad \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{3}.$$

**Контрольная № 3**  
**Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014**

*Если в условии не оговорено обратное, то система координат предполагается прямоугольной декартовой.*

**Вариант 4**

**Задача 1.** Написать и доказать формулу для расстояния между скрещивающимися прямыми.

**Задача 2.** Определить взаимное расположение двух прямых

$$\begin{cases} x = t, \\ y = -8 - 4t, \\ z = -3 - 3t, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ x + y - z = 0. \end{cases}$$

Если они пересекаются, найти точку пересечения.

**Задача 3.** Найти центр круга, вписанного в треугольник, ограниченный осями координат и прямой  $3x - 4y - 5 = 0$ .

**Задача 4.** Даны точки  $A = (3, 3)$  и  $B = (0, 2)$ . На прямой  $x + y - 4 = 0$  найти точку, из которой отрезок  $AB$  виден под углом  $\frac{\pi}{4}$ .

**Задача 5.** Найти каноническое уравнение прямой, лежащей в плоскости  $x + z = 0$  и пересекающей прямую

$$\frac{x - 2}{3} = \frac{y - 8}{11} = \frac{z - 3}{2},$$

но не имеющей общих точек с прямой

$$\begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 3 + 4t, \\ z = -1 - t. \end{cases}$$

**Контрольная № 3**  
**Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014**

*Если в условии не оговорено обратное, то система координат предполагается прямоугольной декартовой.*

**Вариант 5**

**Задача 1.** Написать и доказать формулу для расстояния от точки до прямой в пространстве.

**Задача 2.** Определить взаимное расположение трёх прямых на плоскости:

$$\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = 3 - t, \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 - 10t, \\ y = 4 + 2t, \end{cases} \quad 2x - y - 1 = 0.$$

**Задача 3.** Дана вершина  $(4, 0)$  треугольника и его высоты, проведённые из двух других вершин:

$$3x - y - 2 = 0, \quad x + y = 0.$$

Найти эти вершины.

**Задача 4.** Центр симметрии квадрата находится в точке  $(-1, 0)$ , а одна из его сторон задаётся уравнением  $x + 3y - 5 = 0$ . Найти уравнения остальных трёх сторон.

**Задача 5.** Найти каноническое уравнение проекции прямой

$$\frac{x - 2}{3} = \frac{y - 1}{-2} = \frac{z}{1}$$

из точки  $(1, 2, 1)$  на плоскость  $y - 2z + 4 = 0$ .

**Контрольная № 3**  
**Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014**

*Если в условии не оговорено обратное, то система координат предполагается прямоугольной декартовой.*

**Вариант 6**

**Задача 1.** Написать и доказать формулу для расстояния от точки до плоскости.

**Задача 2.** Определить взаимное расположение трёх плоскостей

$$x + 2y - z + 7 = 0, \quad x + y - 2z + 4 = 0, \quad x - y - 4z - 2 = 0.$$

**Задача 3.** Составить уравнения биссектрис внутренних углов треугольника, стороны которого заданы уравнениями

$$3x - 4y = 0, \quad 4x - 3y = 0, \quad 5x + 12y - 10 = 0.$$

**Задача 4.** В пучке, определённом плоскостями  $3x - y + z - 2 = 0$  и  $x + y - 6z - 1 = 0$  найти те плоскости, которые перпендикулярны данным.

**Задача 5.** Составить параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку  $(2, 3, 1)$  параллельно плоскости  $x - y - 1 = 0$  и пересекающей ось  $Oy$ .