

**Бесконечномерные алгебры Ли и вертекс-операторные  
алгебры  
Зачёт**

1. Докажите, что  $\exp(a\partial/\partial x)\exp(bx) = \exp(ab)\exp(bx)\exp(a\partial/\partial x)$ .
2. Положим  $x_j = \frac{\varepsilon_1^j + \dots + \varepsilon_N^j}{j}$ . Покажите, что  $S_k(x_1, x_2, \dots)$  равен следу матрицы  $\text{diag}(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N)$  в  $GL_N(\mathbb{C})$  модуле  $S_k(\mathbb{C}^N)$ .
3. Докажите, что алгебра Витта не имеет нетривиальных конечномерных представлений.
4. Найдите особые векторы уровней 1 и 2 в модулях Верма для алгебры Вирасоро.

**Infinite dimensional Lie algebras and vertex operator algebras**  
**Midterm exam**

1. Prove the equality  $\exp(a\partial/\partial x)\exp(bx) = \exp(ab)\exp(bx)\exp(a\partial/\partial x)$ .
2. Let  $x_j = \frac{\varepsilon_1^j + \dots + \varepsilon_N^j}{j}$ . Prove that  $S_k(x_1, x_2, \dots)$  is equal to the trace of the matrix  $\text{diag}(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N)$  in the  $GL_N(\mathbb{C})$  module  $S_k(\mathbb{C}^N)$ .
3. Prove that all finite-dimensional representations of the Witt algebra are trivial.
4. Find all singular vectors on the levels one and two in the Verma modules of the Virasoro algebra.