

Контрольная № 5
Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014

Вариант 1

Задача 1. Найти центры или центры, если они существуют, для квадрики

$$4x^2 - 4xy + y^2 - 2x - 14y + 7 = 0.$$

Задача 2. Найти такую хорду параболы $y^2 = 4x$, которая точкой $(3, 1)$ делится пополам.

Задача 3. Найти гиперболу, симметричную равносторонней гиперболе

$$x^2 - 6xy - y^2 + 12x - 6y + 5 = 0$$

относительно её асимптот. *Указание: можно использовать подходящий пучок.*

Задача 4. Найти оси симметрии квадрики

$$2xy - 4x + 2y - 3 = 0.$$

Задача 5. Определить канонический вид и каноническую систему координат квадрики

$$5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0.$$

Контрольная № 5
Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014

Вариант 2

Задача 1. Найти центры или центры, если они существуют, для квадрики

$$7x^2 - 24xy - 38x + 24y + 175 = 0.$$

Задача 2. Написать уравнение диаметра кривой второго порядка

$$5x^2 - 3xy + y^2 - 3x + 2y - 5 = 0,$$

проходящего через середину хорды, отсекаемой этой кривой на прямой

$$x - 2y - 1 = 0.$$

Задача 3. Найти геометрическое место центров гипербол, проходящих через две фиксированные точки P и Q и имеющих одни и те же асимптотические направления. *Указание: используйте подходящий пучок.*

Задача 4. Найти оси симметрии квадрики

$$2x^2 + 3xy - 2y^2 + 5y - 2 = 0.$$

Задача 5. Определить канонический вид и каноническую систему координат квадрики

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0.$$

Контрольная № 5
Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014

Вариант 3

Задача 1. Найти центры или центры, если они существуют, для квадрики

$$7x^2 + 16xy - 23y^2 - 14x - 16y - 218 = 0.$$

Задача 2. Найти общий диаметр двух кривых

$$x^2 - 2xy - y^2 - 2x - 2y = 0, \quad x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y = 0.$$

Задача 3. Найти квадрику, проходящую через точки пересечения прямых $x + y - 4 = 0$, $16x + 31y - 48 = 0$ с прямыми $y - 2 = 0$, $y + 2 = 0$ и касающейся оси Ox .

Задача 4. Найти оси симметрии квадрики

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 5x + 6 = 0.$$

Задача 5. Определить канонический вид и каноническую систему координат квадрики

$$12xy + 5y^2 - 12x - 22y - 19 = 0.$$

Контрольная № 5
Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014

Вариант 4

Задача 1. Найти центры или центры, если они существуют, для квадрики

$$12xy + 5y^2 - 12x - 22y - 19 = 0.$$

Задача 2. Определить геометрическое место середин хорд эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

проходящих через правый фокус.

Задача 3. Дан треугольник MON с вершинами $O = (0, 0)$, $M = (8, 0)$ и $N = (0, 6)$. Найти квадрику, проходящую через вершину O этого треугольника и середины сторон OM и ON и касающуюся стороны MN в её середине.

Задача 4. Найти оси симметрии квадрики

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0.$$

Задача 5. Определить канонический вид и каноническую систему координат квадрики

$$7x^2 + 16xy - 23y^2 - 14x - 16y - 218 = 0.$$

Контрольная № 5
Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014

Вариант 5

Задача 1. Найти центры или центры, если они существуют, для квадрики

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0.$$

Задача 2. Написать уравнение эллипса, зная, что его центр находится в точке $(2, 1)$, и что прямые $y - 2 = 0$ и $x - y = 0$ служат касательными в концах двух сопряжённых диаметров.

Задача 3. Найти квадрику, проходящую через начало координат и касающуюся прямой $4x + 3y + 2 = 0$ в точке $(1, -2)$ и прямой $x - y - 1 = 0$ в точке $(0, -1)$.

Задача 4. Найти оси симметрии квадрики

$$5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0.$$

Задача 5. Определить канонический вид и каноническую систему координат квадрики

$$7x^2 - 24xy - 38x + 24y + 175 = 0.$$

Контрольная № 5
Геометрия-1. Матфак ВШЭ, осень 2014

Вариант 6

Задача 1. Найти центры или центры, если они существуют, для квадрики

$$5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0.$$

Задача 2. Написать уравнение параболы, проходящей через точку $(0, 1)$, для которой прямая $x + 2y = 0$ служит диаметром, а прямая $x + y = 0$ касательной в конце этого диаметра.

Задача 3. Написать уравнение гиперболы, которая касается оси Ox в точке $P = (3, 0)$, имеет ось Oy своей асимптотой и проходит через точку $Q = (1, 1)$.

Задача 4. Найти оси симметрии квадрики

$$12xy + 5y^2 - 12x - 22y - 19 = 0.$$

Задача 5. Определить канонический вид и каноническую систему координат квадрики

$$4x^2 - 4xy + y^2 - 2x - 14y + 7 = 0.$$