

**Задачи для семинара № 10**  
**Геометрия-1**  
**Матфак ВШЭ, осень 2014**

**Распадающиеся квадратики, пучки квадратик, асимптоты, диаметры**

**Задача 1.** Проверить с помощью инвариантов, что квадратика

$$x^2 + 2y^2 + 3xy - y - 1 = 0$$

распадающаяся и найти уравнения прямых, лежащих в этой квадратике.

**Задача 2.** Найти асимптоты гиперболы

$$10x^2 + 21xy + 9y^2 - 41x - 39y + 4 = 0.$$

**Задача 3.** Составить уравнение прямой, проходящей через середины хорд

$$2x - y + 7 = 0, \quad 2x - y - 1 = 0$$

эллипса

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1.$$

**Задача 4.** Составить уравнение диаметра параболы  $y = x^2/6$ , сопряжённого хорде  $y = 3x/2 + 4$ .

**Задача 5.** Составить уравнение хорды эллипса

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1,$$

которая точкой  $M = (2, 1)$  делится пополам.

**Задача 6.** Не находя точки пересечения окружностей

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 18 = 0, \quad (x + 3)^2 + (y - 1)^2 - 36 = 0,$$

составить уравнение общей хорды.

**Задача 7.** Найти уравнение квадратика, проходящей через точки  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(2, -5)$ ,  $(-5, 2)$ .

**Задача 8.** Составить уравнение квадратика, которая касается прямых

$$x - 1 = 0, \quad x + y - 2 = 0$$

в точках  $(1, 0)$  и  $(0, 2)$  соответственно и проходит через точку  $(0, 0)$ .

**Задача 9.** Написать уравнение гиперболы, которая касается оси  $Ox$  в точке  $P = (3, 0)$ , имеет ось  $Oy$  своей асимптотой и проходит через точку  $Q = (1, 1)$ .

**Задача 10.** Доказать, что для того, чтобы четыре точки параболы  $y = kx^2$  лежали на одной окружности, необходимо и достаточно, чтобы сумма абсцисс этих точек была равна нулю.