

Задачи для семинара № 10
Геометрия-1
Матфак ВШЭ, осень 2014

Распадающиеся квадратики, пучки квадратик, асимптоты, диаметры

Задача 1. Проверить с помощью инвариантов, что квадратика

$$x^2 + 2y^2 + 3xy - y - 1 = 0$$

распадающаяся и найти уравнения прямых, лежащих в этой квадратике.

Задача 2. Найти асимптоты гиперболы

$$10x^2 + 21xy + 9y^2 - 41x - 39y + 4 = 0.$$

Задача 3. Составить уравнение прямой, проходящей через середины хорд

$$2x - y + 7 = 0, \quad 2x - y - 1 = 0$$

эллипса

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1.$$

Задача 4. Составить уравнение диаметра параболы $y = x^2/6$, сопряжённого хорде $y = 3x/2 + 4$.

Задача 5. Составить уравнение хорды эллипса

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1,$$

которая точкой $M = (2, 1)$ делится пополам.

Задача 6. Не находя точки пересечения окружностей

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 18 = 0, \quad (x + 3)^2 + (y - 1)^2 - 36 = 0,$$

составить уравнение общей хорды.

Задача 7. Найти уравнение квадратика, проходящей через точки $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(2, -5)$, $(-5, 2)$.

Задача 8. Составить уравнение квадратика, которая касается прямых

$$x - 1 = 0, \quad x + y - 2 = 0$$

в точках $(1, 0)$ и $(0, 2)$ соответственно и проходит через точку $(0, 0)$.

Задача 9. Написать уравнение гиперболы, которая касается оси Ox в точке $P = (3, 0)$, имеет ось Oy своей асимптотой и проходит через точку $Q = (1, 1)$.

Задача 10. Доказать, что для того, чтобы четыре точки параболы $y = kx^2$ лежали на одной окружности, необходимо и достаточно, чтобы сумма абсцисс этих точек была равна нулю.