Задачи для семинара № 11
Геометрия-1
Матфак ВШЭ, осень 2014

Центр, главные оси, приведение квадрики к каноническому виду

Задача 1. Найти центр квадрики

$$2xy - 4x + 2y - 3 = 0.$$

Задача 2. Найти оси симметрии квадрики

$$5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 3 = 0.$$

Задача 3. Найти оси симметрии квадрики

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 5x + 6 = 0.$$

Задача 4. Определить канонический вид и каноническую систему координат для квадрики

$$5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0.$$

Задача 5. Определить канонический вид и каноническую систему координат для квадрики

$$4x^2 - 4xy + y^2 - 2x - 14y + 7 = 0.$$

Задача 6. Написать уравнение эллипса, зная его центр $(2, 1)$ и концы двух сопряжённых диаметров $(5, 1)$ и $(0, 3)$.

Задача 7. Написать уравнение эллипса, зная, что его центр находится в точке $(2, 1)$, и что прямые $y - 2 = 0$ и $x - y = 0$ служат касательными в концах двух сопряжённых диаметров.

Задача 8. Написать уравние параболы, проходящей через точку $(0, 1)$, для которой прямая $x + 2y = 0$ служит диаметром, а прямая $x + y = 0$ касательной в конце этого диаметра.

Задача 9. Доказать, что диагонали параллелограмма, описанного вокруг кривой второго порядка, являются сопряжёнными диаметрами этой кривой.

Задача 10. Около кривой второго порядка, заданной уравнением

$$2x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 6y - 3 = 0,$$

описан параллелограмм, одной из вершин которого является точка $(3, 4)$. Найти остальные его вершины.