

Теория струн. Задачи 7

1. В теории свободного скалярного поля вычислить сингулярные при $z \rightarrow w$ члены операторного разложения

а) $T(z)T(w)$, где тензор энергии-импульса $T(z) = -\frac{1}{2} : \partial X(z)^2 :$,

б) $T(z) : e^{i\alpha X(w, \bar{w})} :$; найти аномальную размерность упорядоченной экспоненты.

2. Для грассмановой bc -системы с операторным разложением фундаментальных полей

$$b(z)c(z') = \frac{1}{z - z'} + \dots$$

и тензором энергии-импульса

$$T = (j - 1) : b\partial c : - j : c\partial b :$$

найти сингулярные при $z \rightarrow z'$ члены операторного разложения $T(z)J(z')$ с голоморфным током

$$J(z) = : b(z)c(z) :$$

Вершинные операторы Пусть у нас есть некоторое пространство состояний квантовой теории, в котором выделен вектор $|0\rangle$ – вакуум, и сопряжённый ему вектор дуального пространства $\langle 0|$.

3. Пусть есть набор операторов $\hat{A}_i = \hat{A}_i^+ + \hat{A}_i^-$, такие что $\hat{A}_i^- |0\rangle = 0$ и $\langle 0| \hat{A}_i^+ = 0$. Кроме того, мы знаем всевозможные коммутаторы $[\hat{A}_i^+, \hat{A}_j^+] = [\hat{A}_i^-, \hat{A}_j^-] = 0$ и $[\hat{A}_i^-, \hat{A}_j^+] = G_{ij} \in \mathbb{C}$

- Вычислите $\langle 0| A_i B_j |0\rangle$
- Вычислите $\langle 0| \exp(A_1) \exp(A_2) |0\rangle$
- * Вычислите $\langle 0| \exp(A_1) \dots \exp(A_n) |0\rangle$

Физика нулевой моды Рассмотрим квантовую механику одной частицы с гамильтонианом $\hat{H} = \frac{\hat{\pi}^2}{2}$, где $\hat{\pi} = -i\hbar \frac{d}{dx}$

4. Рассмотрим операторы $\hat{V}_p(0) = \exp(ip\hat{x})$ и собственные состояния гамильтониана $|p, 0\rangle = \exp(ipx)$.

- Найдите эволюцию состояний и операторов со временем.
- Вычислите среднее значение $\langle p_1, t_1 | \hat{V}_{p_2}(t_2) | p_3, t_3 \rangle$
- Полученные ответ очень часто бывает нулём. Как это понять без вычислений? (Вычислите коммутатор $[\hat{\pi}, \hat{V}_p(t)]$)