Программа коллоквиума по теме интеграл Лебега, февраль 2015
Матанализ, 2 курс, 3 модуль

1. Счетная аддитивность интеграла по множеству.
2. Если A = – дизъюнктное объединение A_n , f>0 интегрируема на A_n , ряд из интегралов по A_n абсолютно сходится => f интегрируема на A и справедлива формула счетной аддитивности.
3. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега.
4. Теорема о перестановке интеграла и предела для $|f_n| < \varphi$.
5. Теорема Леви.
6. Теорема Витали.
7. Теорема Лебега о интегруемости по Риману и совпадение интегралов Римана и Лебега
8. Определение интеграла Лебега по множеству бесконечной меры, критерий интегрируемости.
9. Теорема о выражении меры множества в произведении пространств через интегралы от мер сечений.
10. Теорема Фуббини

1. Интеграл Лебега от простой функции – определение и свойства (линейность, теорема о среднем, мажорантный признак интегрируемости).
2. Интеграл Лебега – определение и его корректность, простые свойства.
3. Если $|f| < g$ и g интегрируема на A, то измеримая f интегрируема на A.
4. Неравенство Чебышева и следствие из него.
5. Теорема о перестановке интеграла и предела для $|f_n| < K$.
6. Лемма Фату.
7. Определение меры в произведении пространств, её аддитивность.
8. Счетная аддитивность меры в произведении пространств.

1. Пример неинтегрируемой по Лебегу интегрируемой по Риману простой функции.
2. Ограниченная измеримая простая функция всегда интегрируема.
3. Если f интегрируема на A, то f интегрируема на всех измеримых подмножествах A.
4. Модуль интеграла не больше интеграла модуля.
5. Измеримая функция интегрируема одновременно со своим модулем.
6. Если интеграл от неотрицательной f равен 0, то f почти всюду 0.
7. Пример $f_n \to f$, когда нельзя менять предел и интеграл местами.
8. Пример функции, для которой повторные интегралы существуют, но равны.