

**Листок 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ И УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА**  
 УРЧП, 3-4 КУРС, 6.02.2015

**2◊1** Найдите поверхность, удовлетворяющую уравнению  $\operatorname{tg} x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$  и проходящую через линию  $y = x, z = x^3$ .

**2◊2** Найдите поверхность, проходящую через прямую  $y = x, z = 1$  и ортогональную к поверхностям

$$x^2 + y^2 + z^2 = Cx.$$

**2◊3** Решите задачу Коши

$$u_{xx} - u_{yy} - 2u_x - 2u_y = 8, \quad u|_{x=0} = -2y, \quad u_x|_{x=0} = 2(y-1).$$

**2◊4** Почему нельзя найти такую функцию  $u(x, y)$ , которая удовлетворяла бы уравнению

$$u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = 0$$

и условиям  $u|_{y=x+1} = x + x^2, u_x|_{y=x+1} = x^2 - x$ ?

**2◊5** Какой должна быть функция  $g(x)$ , чтобы существовало решение задачи Коши

$$u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0, \quad u|_{y=3x+2} = 4x^2 + 1, \quad u_x|_{y=3x+2} = g(x)?$$

**2◊6 а)** Описать колебания бесконечной струны, происходящие при  $t \in (-\infty, +\infty)$  и такие, что некоторый участок струны  $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$  покоится в течение всего времени этих колебаний.

**б)** Тот же вопрос, но участок струны  $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$  покоится при  $t \geq 0$ .

**2◊7** Нарисуйте графики функций  $u(x, t)|_{t=t_k}$  при  $t_k = \frac{kl}{4a}, k = 0, \dots, 5$ , являющейся решением задачи Коши для уравнения

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad u|_{t=0} = u_0(x), \quad u_t|_{t=0} = v_0(x),$$

где

$$\mathbf{а)} \text{ (Струна гитары.) } v_0(x) \equiv 0, u_0(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, l] \cup [3l, +\infty) \\ \frac{a}{l}x - a, & x \in [l, 2l] \\ -\frac{a}{l}x + 3a, & x \in [2l, 3l] \end{cases};$$

$$\mathbf{б)} \text{ (Струна рояля.) } u_0(x) \equiv 0, v_0(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, l) \cup (2l, +\infty) \\ a, & x \in [l, 2l] \end{cases}.$$