Программа экзамена по математическому анализу, 2 курс, 3 модуль

1. Теорема Лебега о дифференцируемости монотонной функции.

2. Малая теорема Фубини (о дифференцируемости ряда).

3. Формула Ньютона-Лейбница для дифференцируемых f, имеющих ограниченную производную.

4. Для интегрируемой f справедливо соотношение $(\int_{[a,x]} f d\mu)' \overset{a.e.}{=} f$.

5. Если функция абсолютно непрерывна, то она имеет ограниченную вариацию.

6. Теорема об явном виде вариации функции $\int_{[a,x]} f\, d\mu$.

7. Если $f \in AC$ монотонная и $f' \overset{a.e.}{=} 0$, то $f = const$.

8. Формула Ньютона-Лейбница для $f \in AC$.

9. Пространства L_p, полнота L_1 и L_2.

1. Пример непрерывной f на отрезке, не имеющей производной ни в одной точке.

2. Неравенство Ньютона-Лейбница для монотонных функций.

3. Различные определения AC функций и их эквивалентность.

4. Свойства AC функций (линейность, произведения, композиции).

5. Образ пренебрежимого множества при отображении пренебрежим.

6. Определение BV функций, теорема: из $f \in AC$ следует $f \in BV$.

7. Теорема Жордана о представлении BV функции.

8. Если $f \in AC$, то и $V_a^x \in AC$.

8a. Представление AC функции в виде разности двух монотонных AC функций.

9. Монотонная функция = сумма непрерывной функции и функции скачков.

10. BV функция есть сумма функции скачков, AC функции и сингулярной функции.

11. Мера Лебега-Стильтьеса

12. Соотношения между различными видами сходимости (по мере, почти всюду, равномерно, в L_p).

1. Критерий пренебрежимости (из теоремы Лебега).

2. Невидимые справа точки, лемма Рисса о светотени.

3. Пример $f : [a, b] \to \mathbb{R}$, дифференцируемой на $[a, b]$, такой, что f' не интегрируема по Риману на $[a, b]$.

4. Интеграл Лебега, как функция верхнего предела. Дифференцируемость и абсолютная непрерывность.

5. Пример сингулярной строго монотонной функции.

6. Определение интеграла Римана-Стильтьеса, связь с интегралом Лебега.

7. Формулировки теорем Хелли.

8. Формулировка теоремы Рисса об общем виде функционала в C.

9. Сепарабельность пространства L_1.

10. Ортогональные базисы в L_2 на отрезке $[0, 2\pi]$, оси, полуоси.

11. Пример $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ такой, что $f \in C[0, 1]$, $f \in LC[\delta, 0]$, $f \notin AC[0, 1]$.