

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО
16 ФЕВРАЛЯ 2015

1. Найдите все особые точки и определите их характер у следующих функций: (а) $\frac{e^z - 1}{z}$, (б) $\frac{1}{1 - \sin z}$, (в) $\frac{z}{\sin(z^3)}$, (г) $\operatorname{ctg}(1/z)$, (д) $\frac{1}{e^{z^2} + 1}$.

2. Найдите вычеты следующих функций в их особых точках:

(а) $\frac{1}{z^2 + 1}$ в точках $z = \pm i$,

(б) $\frac{e^z}{(z - 1)^2}$ в точке $z = 1$,

(а) $\frac{z^{n-1}}{\sin^n z}$ в точке $z = 0$,

(б) $z^3 \sin(1/z^2)$ в точке $z = 0$,

(в)* $\frac{e^{1/z}}{1 - z}$ в точке $z = 0$.

3. Вычислите интегралы: (а) $\oint_{|z|=1} \cos(1/z) dz$, (б) $\oint_{|z|=1} z \cos(1/z) dz$,
(в) $\oint_{|z|=1} \frac{e^z dz}{(2z + 1)^2(z + 2)}$, (г) $\oint_{|z|=1} \frac{1 - \sin z}{z^2} dz$.

4. Вычислите интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a + b \cos \varphi}$ при $a > b > 0$.