

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО
20 ФЕВРАЛЯ 2015

1. Вычислите интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a + b \cos \varphi}$ при $a > b > 0$.

Аналогично можно находить любые интегралы вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$, где R – рациональная функция.

2. Вычислите интегралы а) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$, б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$.

Аналогично можно находить любые интегралы вида $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx$, где P_m, Q_n – полиномы степеней m, n и $n \geq m + 2$.

3. Вычислите интегралы а) $\int_0^{\infty} \frac{x \sin(kx)}{x^2 + a^2} dx$, б) $\int_0^{\infty} \frac{\sin(kx)}{x(x^2 + a^2)} dx$ (здесь $a, k > 0$).

Аналогично можно находить и другие интегралы вида $\int_{-\infty}^{\infty} R(x) \cos(kx) dx$, $\int_{-\infty}^{\infty} R(x) \sin(kx) dx$, где $R(x)$ – рациональная функция.

4. Вычислите интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\alpha x}}{e^x + 1} dx$ при $0 < \alpha < 1$.