

**Задачи для семинара № 19**  
**Геометрия-1**  
**Матфак ВШЭ, осень 2014 - весна 2015**

**Поверхности второго порядка в трёхмерном пространстве.**

**Задача 1.** По какой кривой плоскость  $x + y - z + 3 = 0$  пересекает двуполостный гиперболоид  $x^2 + y^2 - z^2 = -4$ ?

**Задача 2.** По какой линии касательная плоскость к однополостному гиперболоиду рассекает его асимптотический конус?

**Задача 3.** Найти фокусы эллипса, получающегося при пересечении цилиндра  $x^2 + y^2 = 36$  плоскостью  $3x + 4y + 12z = 0$ .

**Задача 4.** Дан однополостный гиперболоид

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1.$$

Через его образующую

$$\frac{x-2}{0} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$$

и точку  $(0, 3, 0)$  проведена плоскость. Найти вторую прямую линии пересечения этой плоскости с гиперболоидом.

**Задача 5.** Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}$$

и касающейся эллипсоида

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1.$$

**Задача 6.** Даны гиперболический параболоид

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 2z$$

и плоскость  $2x + 3y - z = 0$ . Написать уравнение плоскости, параллельной данной и пересекающей параболоид по паре прямых. Найти эти прямые.

**Задача 7.** По какой линии однополостный гиперболоид рассекается касательной плоскостью к его асимптотическому конусу?

**Задача 8.** Найти геометрическое место центров равносторонних гипербол, лежащих на гиперболическом параболоиде

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$$

при условии  $p \neq q$ .

**Задача 9.** Доказать, что прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида, проходящие через данную точку, — не что иное, как пересечение поверхности с касательной плоскостью в этой точке.

**Задача 10.** Составить уравнения плоскостей, проходящих через точку  $(a, 0, 0)$  и пересекающих однополостный гиперболоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

по двум параллельным прямым.