

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ЛИСТОК (проективная геометрия)
Введение в алгебраическую геометрию - матфак ВШЭ

Это листок-бонус: сдавшим не менее 4 задач добавится 2 балла к оценке за 3 модуль, а сдавшим не менее 6 - 3 балла. Все происходит над алгебраически замкнутым полем, сдавать надо не позже "показа работ".

1 Опишите подмногообразия степени 1 и 2 в \mathbb{P}^n .

2 Опишите кривые степени 3 в \mathbb{P}^n .

3 Покажите, что через 3 попарно не пересекающиеся прямые в \mathbb{P}^3 проходит единственная квадратика. Сколько прямых пересекает 4 попарно не пересекающиеся прямые в \mathbb{P}^3 ?

4 Опишите все прямые на кубической поверхности в \mathbb{P}^3 , заданной в аффинной карте уравнением $xuz = 1$.

5 Пучок прямых в \mathbb{P}^3 – это одномерное семейство прямых в \mathbb{P}^3 , параметризованное прямой \mathbb{P}^1 на квадратике Плюккера (грассманиане $(2,4)$). Покажите, что для любого пучка прямых существует такая точка O и плоскость P в \mathbb{P}^3 , что прямые пучка - это в точности прямые, лежащие в P и проходящие через O .

6 Опишите поверхность в \mathbb{P}^3 , заметаемую касательными прямыми к скрученной кубике.

7 Докажите, что раздутие проективной плоскости в двух точках изоморфно раздутию двумерной квадратки в одной.

8 Докажите, что любая проективная кривая вкладывается в \mathbb{P}^3 .