

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО
20 АПРЕЛЯ 2015

1. Найдите род римановой поверхности многозначной аналитической функции:

$$\text{а) } \sqrt{\sqrt{z}+1}, \quad \text{б) } \sqrt[3]{\sqrt{z}-1}, \quad \text{в) } \sqrt[n]{\frac{z-1}{z+1}}, \quad \text{г) } \sqrt[n]{\frac{z^2-1}{z^2+1}}.$$

2. Найдите род римановой поверхности многозначной аналитической функции: $y = \sqrt[m]{P_n(z)}$, где P_n – полином степени n без кратных корней, m, n – взаимно простые.

3. Где расположены нули и полюсы следующих дифференциалов на римановой поверхности функции $y = \sqrt{z^2-1}$:

$$\text{а) } dz, \quad \text{б) } \frac{dz}{\sqrt{z-1}}, \quad \text{в) } \frac{dz}{(z-1)^2}, \quad \text{г) } \frac{dz}{\sqrt{z^2-1}}?$$

Найдите также их кратности.

4. Какие из следующих дифференциалов являются всюду голоморфными на римановой поверхности функции $y = \sqrt{z^4-1}$:

$$\text{а) } dz, \quad \text{б) } \frac{dz}{\sqrt{z^4-1}}, \quad \text{в) } \frac{zdz}{\sqrt{z^4-1}}, \quad \text{г) } \frac{dz}{\sqrt{z^2-1}}?$$

В каких точках расположены нули этих дифференциалов?

5. Рассмотрим риманову поверхность функции $y = \sqrt{4z^3 - g_2z - g_3}$, где параметры g_2, g_3 таковы, что подкоренное выражение не имеет кратных нулей. Докажите, что пространство голоморфных дифференциалов на ней одномерно и найдите дифференциал, его порождающий.

6. Найдите два линейно-независимых мероморфных дифференциала на римановой поверхности функции $y = \sqrt{z^3-1}$ с полюсом второго порядка в бесконечности, а в остальном голоморфных.