

Наглядная геометрия

Михаил Скопенков

Примерная программа.

1. Аффинная геометрия. Параллельная проекция на плоскости и в пространстве. Решение геометрических задач с помощью параллельной проекции. Линейные преобразования вещественной прямой и плоскости. Геометрия масс*.

2. Проективная геометрия. Центральная проекция на плоскости и в пространстве. Решение геометрических задач с помощью центральной проекции. Теоремы Паппа, Паскаля, Бриансона и Дезарга. Двойное отношение. Гармонические четверки. Дробно-линейные преобразования вещественной прямой. Проективная прямая, проективная плоскость, проективные преобразования. Конические сечения. Элементарное определение эллипса, гиперболы, параболы. Полярное соответствие. Двойственность. Однородные координаты. Ткани из прямых на плоскости*. Теорема Мебиуса–фон Штаудта*.

3. Геометрия Мебиуса. Инверсия. Решение геометрических задач с помощью инверсии. Поризм Штейнера. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, простого и двойного отношения. Дробно-линейные преобразования комплексной плоскости. Круговая плоскость, круговые преобразования. Стереографическая проекция, сфера Римана. Проективная модель геометрии Мебиуса. Ткани из окружностей на плоскости*.

4. Сферическая геометрия. Сферические прямые, углы и треугольники. Сумма углов треугольника. Скалярное и векторное произведения. Сферическая тригонометрия. Двойственность. Вращения пространства. Описание вращений с помощью кватернионов.* Эллиптическая геометрия*. Теорема Хьемслера–Морли*.

5. Геометрия Лобачевского. Сравнение аксиом геометрий Евклида и Лобачевского. Элементарные теоремы геометрии Лобачевского. Сумма углов треугольника. Идеальные треугольники. Гиперболическая тригонометрия. Окружности, орициклы и эквидистанты. Длина окружности. Модель Кэли–Клейна. Модель Пуанкаре. Изоморфизм моделей (отображение Дарбу). Дробно-линейные преобразования полуплоскости. Поверхность Бельтрами*. Замощения плоскости Лобачевского.*

6. Другие геометрии. Геометрия и кинематика Галилея. Парабола как окружность в геометрии Галилея. Геометрия Минковского и кинематика теории относительности. Пространство скоростей в теории относительности и геометрия Лобачевского. Абсолютная геометрия и связки окружностей на плоскости.* Девять геометрий на плоскости.* Дуальные и двойные числа.*

7. Геометрия в смысле Клейна — множество с действием группы преобразований.

E-mail address: skopenkov@rambler.ru