

Программа экзамена, 4 модуль, июнь 2015

1. Евклидово пространство. Полные ортонормированные системы в ЕП. Примеры.
2. Теорема об ортогонализации, следствие о существовании счётного базиса.
3. Ряд Фурье в ЕП. Свойство минимальности. Неравенство Бесселя.
4. Равенство Парсеваля. Замкнутость эквивалентна полноте.
5. Теорема Рисса-Фишера.
6. Критерий полноты системы.
7. Тригонометрическая система на $[-\pi, \pi]$, её полнота, ряд Фурье в L_2 , формулы для коэффициентов. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля в L_2 .
8. Лемма Римана, обобщенная лемма Римана.
9. Сходимость ряда Фурье в точке, принцип локализации.
10. Признак Дини сходимости ряда Фурье в точке. Достаточные условия (Липшиц, Гёльдер).
11. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье в точке.
12. Признаки Дини и Дирихле не вытекают один из другого — примеры.
13. Теорема: $f \in AC, f' \in L_2 \Rightarrow S_n(f) \rightrightarrows f$.
14. Теорема Фейера. Следствие: теоремы Вейерштрасса.
15. Теорема Фейера в L_1 .
16. Связь между дифференцируемостью функции и скоростью убывания коэффициентов РФ.
17. РФ на произвольном промежутке $[-\ell, \ell]$, разложения по синусам и по косинусам.
18. Формула Фурье (ФФ), комплексная форма записи.
19. Если f удовлетворяет условию Дини в точке x , то справедлива ФФ.
20. Интеграл Фурье и преобразование Фурье (ПФ), определение и простые свойства.
21. ПФ: если $f_n \in L_1(\mathbb{R})$ и $\|f_n - f\|_{L_1(\mathbb{R})} \rightarrow 0$, то $\hat{f}_n \rightrightarrows \hat{f}$
22. ПФ: если $f \in L_1(\mathbb{R})$, то $\hat{f} \in C(\mathbb{R})$ и $\hat{f}(y) \rightarrow 0$ на бесконечности.
23. ПФ: если $f \in AC$ на каждом конечном интервале и $f, f' \in L_1(\mathbb{R})$, то $F[f'] = iy\hat{f}$. Следствие о старших производных.
24. ПФ: если $\exists f'' \in L_1(\mathbb{R})$ и $f, f' \in L_1(\mathbb{R})$, то $\hat{f} \in L_1(\mathbb{R})$. Двойственное свойство.
25. Преобразование Фурье преобразует биективно S_∞ на всё S_∞ .
26. Свертка, преобразование Фурье свертки.
27. Преобразование Фурье в L_2 , теорема Планшереля.
28. Криволинейные интегралы 1 рода.
29. Криволинейные интегралы 2 рода, формула Грина.
30. Потенциальные векторные поля, критерий потенциальности.
31. Уравнения касательной плоскости и нормального вектора поверхности, заданной неявно и параметрически.
32. Ориентация на прямой и на поверхности, ориентация кусочно гладкой поверхности.
33. Первая квадратичная форма поверхности, площадь поверхности.
34. Поверхностный интеграл 1го рода, независимость от параметризации
35. Поверхностный интеграл 2го рода, теорема Гаусса-Остроградского
36. Поверхностный интеграл 2го рода, формула Стокса