

Эллиптические Функции

НИС, весенний семестр, 2015-2016.
Лектор – Такаши Такебе

Этот курс будет рассчитан на учащихся 3-4 курсов, магистрантов и аспирантов.

В присутствии тех, которые не понимают по-русски, лекция будет читаться по-английски.

Основные пререквизиты – «математический анализ» и «теория функций комплексного переменного».

Эллиптическая функция определяется как двоякопериодическая мероморфная функция на комплексной плоскости. Теория эллиптических функций родилась в 18 веке. Вначале Фаньяно (Fagnano), Эйлер (Euler), Лежандр (Legendre), Гаусс (Gauss) и другие исследовали эллиптические интегралы. Потом в 19 веке Абель (Abel) и Якоби (Jacobi), которые рассмотрели обратные функции эллиптических интегралов (= эллиптические функции), внесли существенный вклад. Риман (Riemann) и Вейерштрасс (Weierstrass) углубили теорию дальше. Развита ими теория эллиптических функций – прототип сегодняшней алгебраической геометрии.

С другой стороны, эллиптические функции появляются в разных проблемах и в математике, и в физике. На самом деле происхождение названия «эллиптический интеграл» связано с задачей о вычислении длины дуги эллипса.

Другие примеры:

- Арифметико-геометрическое среднее тесно связано с эллиптическим интегралом.
- Решения разных проблем в физике – движение маятника, форма скакалки, движение волчка (= твёрдого тела), уравнение КдФ (типичное интегрируемое нелинейное дифференциальное уравнение), ... – описываются эллиптическими функциями или эллиптическими интегралами.
- Уравнение пятой степени общего вида можно решать с помощью эллиптических функций.

В этом НИСе будут подчеркнуты аналитические аспекты и приложения эллиптических функций. Предлагается рассмотреть следующие темы.

- Длины дуг кривых (эллипс, график синуса, лемниската, ...);
- Эллиптические интегралы и их нормальные формы;
- Эллиптические функции;
- Свойства эллиптических функций;
- Тэта-функции и их свойства;
- Приложения эллиптических функций и эллиптических интегралов.