Семинар 2

0 Дыхательное упражнение. Что можно сказать про поверхность в E^3, если она обладает следующим свойством: окружность, проходящая через любые три её точки, всеми своими точками лежит на ней.

1. Пусть g и h – движения евклидовой плоскости. Доказать, что движение ghg^{-1} имеет тот же тип, что и h.

2. Показать, что композиция трех центральных симметрий в серединах сторон плоского треугольника есть центральная симметрия. Какое движение получится, если рассмотреть композицию n центральных симметрий в серединах последовательных сторон n-угольника?

3. Пусть G – подгруппа группы $\mathrm{Isom}E^n$. Через T обозначим группу параллельных переносов. Показать, что пересечение $G \cap T$ является нормальной подгруппой в группе G.

4. Обозначим через G группу движений плоскости, порожденную двумя отражениями, зеркала которых образуют угол $\alpha\pi$. Доказать, что группа G конечна тогда и только тогда, когда α рациональное число. Чему равен порядок группы G, если $\alpha = \frac{4}{2015}$

5. Доказать, что группа самосовмещений правильного плоского n-угольника порождена двумя отражениями.