

## Семинар 1

0 Дыхательное упражнение. На плоскости лежат три монеты разного достоинства. Для каждой пары этих монет построена пара внешних касательных. Показать, что точки пересечения каждой из этих пар внешних касательных лежат на одной прямой.

1. Рассмотрим сохраняющее расстояния отображение  $g: E^1 \rightarrow E^1$ . Доказать, что  $g$  есть отображение "на".

2. Показать, что композиция вращения плоскости и отражения, зеркало которого проходит через центр вращения, есть снова отражение. Как найти его зеркало?

3. Композиция отражения и параллельного переноса на плоскости есть скользящее отражение. Доказать.

4. Стабилизатор точки  $G_o$ ,  $o \in E^n$ , является подгруппой группы  $\text{Isom}E^n$ . Доказать.

5. Движение  $E^n$  ( $n = 1, 2, 3$ ), оставляющее на месте  $(n+1)$  точку общего положения, является тождественным. Доказать.

6. Что можно сказать о движении  $E^n$ , которое оставляет на месте  $n$  точек общего положения ( $n = 1, 2, 3$ ).

7. Любое движение евклидовой прямой есть либо параллельный перенос, либо отражение (в точке!)

8. Пусть  $h$  – отражение  $\mathbb{R}^2$  в зеркале  $x + 2y = 1$ , а  $g$  – вращение вокруг точки  $(1, 1)$  на угол  $\pi/3$  (против часовой стрелки). Доказать, что  $ghg^{-1}$  есть отражение и найти уравнение его зеркала ( $x, y$  – декартовы координаты на школьной евклидовой плоскости).

9. Найти в  $\mathbb{R}^3$  образ точки  $(1, 1, 1)$  при отражении в зеркале  $2x + y + z = 1$  ( $x, y, z$  – декартовы координаты в школьном евклидовом пространстве).