Римановы поверхности и интегрируемые системы

С.М.Натанзон   А.К.Погребков

Теория вполне интегрируемых уравнений – одно из основных достижений математической физики второй половины прошлого столетия – в наше время проникает во многие разделы математики, на первый взгляд не имеющие ничего общего между собой. Таким двум важнейшим направлениям современной математики, теории римановых поверхностей и методу обратной задачи, и посвящен данный курс. В части курса, ориентированной на теорию римановых поверхностей, мы расскажем о билинейных соотношениях Римана, о теореме Римана–Роха, об отображении Абеля, и о тэта-функциях римановых и клейновых поверхностей. В конце курса мы покажем, что свойства тэта-функций римановых поверхностей описываются на языке интегрируемой системы Кадомцева-Петвиашвили (КП). Более того, эти тэта-функции порождают квазипериодические решения КП и ее редукций, n-КдФ. В части курса, основанной на методе обратной задачи, мы расскажем о связи обратных задач с коммутаторными тождествами, рассмотрим различные типы обратных задач и порождаемых ими интегрируемых уравнений, в частности, КП. Мы подробно рассмотрим обратную задачу для стационарного одномерного оператора Шредингера и применим полученные результаты к решению задачи Коши для знаменитого уравнения Кортевега–де Фриза (2-КдФ), описанию его солитонных решений. Здесь мы также рассмотрим иерархию высших уравнений, n-КдФ, и иерархию соответствующих пуассоновых структур.