

Листок 1

Задача 1.1. Вводя новые переменные $u = 1/y^2$ и $t = x$ преобразуйте уравнение

$$y' + 2xy = 2x^3y^3$$

к уравнению на функцию $u(t)$ и решите его.

Задача 1.2. Вводя новые переменные $t = x - y$ и $u = x + y$ преобразуйте уравнение

$$2y'' + (x + y)(1 - y')^3 = 0$$

к уравнению на функцию $u(t)$ и решите его.

Задача 2. Приведите пример области и дифференциальной 1-формы на этой области, которая является замкнутой, но не является точной.

Задача 3. Нарисуйте все возможные фазовые портреты для линейной системы 2×2 с постоянной матрицей, у которой хотя бы одно собственное значение равно нулю.

Задача 4.1. Нарисуйте фазовый портрет системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = x^3 \end{cases}$$

и сравните его с фазовым портретом системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = 0. \end{cases}$$

Задача 4.2. Можно ли при изучении в малой окрестности точки $(0, 0)$ системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -x + y^3 \end{cases}$$

заменить ее на систему

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -x? \end{cases}$$

Если нет, то объясните чем именно фазовые кривые этих двух систем существенно отличаются.

Задача 5. Начертите на фазовой плоскости траектории системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x^2 - y^2, \\ \dot{y} = 2xy. \end{cases}$$