

Семинар 5

1. Докажите, что аффинное преобразование φ переводит выпуклую оболочку $\text{conv} M$ в выпуклую оболочку $\text{conv}(\varphi(M))$.
2. Эллипсом называется аффинный образ окружности. Докажите, что все прямые, которые делят площадь эллипса пополам, проходят через одну точку.
3. Записать аффинное преобразование, которое точки $(-1,2)$, $(2,1)$, $(1,-1)$ переводят в точки $(-3,0)$, $(6,2)$, $(10,-1)$ соответственно. Есть ли у этого преобразования неподвижная точка; не-подвижная прямая; инвариантная прямая? Те же вопросы относительно аффинного преобразования $(x', y') = (3x - 2y + 2, 2x - y + 2)$.
4. Пусть A , B , C – вершины невырожденного треугольника. Как связаны координаты точки в аффинных системах координат (A, AB, AC) и (B, BA, BC) ?
5. Напишите систему линейных неравенств, определяющих внутренность треугольника с вершинами $(2,1)$, $(2,-5)$, $(-4,-1)$.
6. Середины диагоналей выпуклого четырехугольника и середина отрезка, соединяющего точки пересечения его противоположных сторон, лежат на одной прямой. Доказать.