

**Контрольная работа. Геометрия 1, 04.12.2015**  
**Вариант 1**

**Задача 1.** В комплексной проективной плоскости даны точки  $A = (1 : i : 0)$ ,  $B = (0 : 1 : i)$ ,  $C = (2 : 2i + 1 : i)$  и  $D = (1 : i + 2 : 2i)$ .

а) Коллинеарны ли эти точки?

б) Если да, то найдите двойное отношение  $(ABCD)$ .

**Задача 2.** В вещественном проективном пространстве даны точки  $A = (1 : 0 : 0 : 0)$ ,  $B = (0 : 1 : 0 : 0)$ ,  $C = (0 : 0 : 1 : 1)$ ,  $D = (1 : 0 : 1 : 0)$  и  $E = (0 : 1 : 0 : -1)$ . Найдите точку пересечения прямой  $DE$  и плоскости, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

**Задача 3.** В проективной плоскости  $\mathbb{P}^2$  над полем  $\mathbb{F}_5 = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  даны точки  $A = (1 : 0 : 0)$ ,  $B = (0 : 1 : -1)$  и коника  $C = \{x_0^2 + 2x_1^2 - x_2^2 = 0\}$ . Найдите проективные координаты точек пересечения коники  $C$  с прямой  $AB$ , и для какой-либо из найденных точек (по выбору) найдите уравнение касательной к конике  $C$  в этой точке.

**Задача 4.** В вещественной аффинной плоскости даны коники:

а)  $2x^2 + 2xy + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ .

б)  $x^2 + 4y^2 + 4x - 4y + 5 = 0$

Найдите их тип (канонический вид) и каноническую систему координат  $x', y'$ . Найдите тип проективных замыканий этих коник.

**Задача 5.** На вещественной проективной прямой  $\mathbb{P}^1$  дано проективное преобразование  $f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$ , которое отображает три различные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  в точки  $A$ ,  $C$  и  $B$  соответственно. Считая прямую  $\mathbb{P}^1$  вложенной в проективную плоскость  $\mathbb{P}^2$ , с помощью линейки постройте вторую неподвижную точку  $A'$  преобразования  $f$ .

**Контрольная работа. Геометрия 1, 04.12.2015**  
**Вариант 2**

**Задача 1.** В комплексной проективной плоскости даны точки  $A = (1 : i : 0)$ ,  $B = (0 : 1 : i)$ ,  $C = (1 : i + 3 : 3i)$  и  $D = (1 : i - 1 : -i)$ .

а) Коллинеарны ли эти точки?

б) Если да, то найдите двойное отношение  $(ABCD)$ .

**Задача 2.** В вещественном проективном пространстве даны точки  $A = (1 : -1 : 0 : 0)$ ,  $B = (0 : 1 : -1 : 0)$ ,  $C = (1 : 0 : 0 : 1)$ ,  $D = (0 : 1 : 1 : 0)$  и  $E = (0 : 1 : 0 : -1)$ . Найдите точку пересечения прямой  $DE$  и плоскости, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

**Задача 3.** В проективной плоскости  $\mathbb{P}^2$  над полем  $\mathbb{F}_5 = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  даны точки  $A = (0 : 1 : 0)$ ,  $B = (1 : 0 : -1)$  и коника  $C = \{x_0^2 - 2x_1^2 + x_2^2 = 0\}$ . Найдите проективные координаты точек пересечения коники  $C$  с прямой  $AB$ , и для какой-либо из найденных точек (по выбору) найдите уравнение касательной к конике  $C$  в этой точке.

**Задача 4.** В вещественной аффинной плоскости даны коники:

а)  $x^2 - 2xy - y^2 + 4x - 2 = 0$ .

б)  $3x^2 - 12xy + 12y^2 - x - 2y + 2 = 0$ .

Найдите их тип (канонический вид) и каноническую систему координат  $x', y'$ . Найдите тип проективных замыканий этих коник.

**Задача 5** На вещественной проективной прямой  $\mathbb{P}^1$  дано проективное преобразование  $f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$ , которое отображает три различные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  в точки  $A$ ,  $C$  и  $B$  соответственно. Считая прямую  $\mathbb{P}^1$  вложенной в проективную плоскость  $\mathbb{P}^2$ , с помощью линейки постройте вторую неподвижную точку  $A'$  преобразования  $f$ .

## Контрольная работа. Геометрия 1, 04.12.2015

## Вариант 3

**Задача 1.** В комплексной проективной плоскости даны точки  $A = (1 : i : 0)$ ,  $B = (0 : 1 : -i)$ ,  $C = (2 : i - 4 : 4i)$  и  $D = (-1 : 1 - i : -i)$ .

а) Коллинеарны ли эти точки?

б) Если да, то найдите двойное отношение  $(ABCD)$ .

**Задача 2.** В вещественном проективном пространстве даны точки  $A = (1 : 1 : 0 : 0)$ ,  $B = (0 : 1 : 1 : 0)$ ,  $C = (0 : 0 : 1 : 1)$ ,  $D = (0 : 1 : 0 : -1)$  и  $E = (1 : 0 : 1 : 0)$ . Найдите точку пересечения прямой  $DE$  и плоскости, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

**Задача 3.** В проективной плоскости  $\mathbb{P}^2$  над полем  $\mathbb{F}_5 = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  даны точки  $A = (0 : 0 : 1)$ ,  $B = (1 : -1 : 0)$  и коника  $C = \{-x_0^2 + 3x_1^2 + 2x_2^2 = 0\}$ . Найдите проективные координаты точек пересечения коники  $C$  с прямой  $AB$ , и для какой-либо из найденных точек (по выбору) найдите уравнение касательной к конике  $C$  в этой точке.

**Задача 4.** В вещественной аффинной плоскости даны коники:

а)  $x^2 + 4xy + 5y^2 - 2x - 2y + 3 = 0$ .

б)  $9x^2 - 6xy + y^2 + 3x - 2y + 2 = 0$ .

Найдите их тип (канонический вид) и каноническую систему координат  $x', y'$ . Найдите тип проективных замыканий этих коник.

**Задача 5** На вещественной проективной прямой  $\mathbb{P}^1$  дано проективное преобразование  $f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$ , которое отображает три различные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  в точки  $A$ ,  $C$  и  $B$  соответственно. Считая прямую  $\mathbb{P}^1$  вложенной в проективную плоскость  $\mathbb{P}^2$ , с помощью линейки постройте вторую неподвижную точку  $A'$  преобразования  $f$ .

## Контрольная работа. Геометрия 1, 04.12.2015

## Вариант 4

**Задача 1.** В комплексной проективной плоскости даны точки  $A = (1 : -i : 0)$ ,  $B = (i : 0 : 1)$ ,  $C = (-2i + 1 : -i : -2)$  и  $D = (1 + i : -i : 1)$ .

а) Коллинеарны ли эти точки?

б) Если да, то найдите двойное отношение  $(ABCD)$ .

**Задача 2.** В вещественном проективном пространстве даны точки  $A = (1 : 0 : -1 : 0)$ ,  $B = (0 : 0 : 1 : -1)$ ,  $C = (0 : 1 : 1 : 0)$ ,  $D = (1 : 1 : 0 : 0)$  и  $E = (0 : 1 : -1 : 0)$ . Найдите точку пересечения прямой  $DE$  и плоскости, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

**Задача 3.** В проективной плоскости  $\mathbb{P}^2$  над полем  $\mathbb{F}_5 = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  даны точки  $A = (1 : 1 : 0)$ ,  $B = (0 : 0 : 1)$  и коника  $C = \{x_0^2 + x_1^2 + 3x_2^2 = 0\}$ . Найдите проективные координаты точек пересечения коники  $C$  с прямой  $AB$ , и для какой-либо из найденных точек (по выбору) найдите уравнение касательной к конике  $C$  в этой точке.

**Задача 4.** В вещественной аффинной плоскости даны коники:

а)  $2x^2 + 2xy + 2x - 2y - 3 = 0$ .

б)  $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ .

Найдите их тип (канонический вид) и каноническую систему координат  $x', y'$ . Найдите тип проективных замыканий этих коник.

**Задача 5** На вещественной проективной прямой  $\mathbb{P}^1$  дано проективное преобразование  $f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$ , которое отображает три различные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  в точки  $A$ ,  $C$  и  $B$  соответственно. Считая прямую  $\mathbb{P}^1$  вложенной в проективную плоскость  $\mathbb{P}^2$ , с помощью линейки постройте вторую неподвижную точку  $A'$  преобразования  $f$ .