

## Программа экзамена по математическому анализу

1. Выражение объема параллелепипеда через определитель матрицы Грама.
2. Определение интеграла по элементарной  $k$ -ячейке. Инвариантность относительно параметризации. Определение интеграла по  $k$ -мерному многообразию.
3. Выражение длины кривой, заданной параметрически, и площади графика.
4. Формула Гаусса – Остроградского для простейших областей. Случай области с липшицевой границей (формулировка).
5. Дифференциальные формы на  $\mathbb{R}^n$  и их дифференциалы.
6. Интеграл дифференциальной  $k$ -формы по ориентируемому  $k$ -мерному многообразию в терминах интеграла по  $k$ -мерной мере и его выражение в локальных координатах.
7. Формула Стокса для гладкого многообразия с краем.
8. Вывод формулы Гаусса – Остроградского из формулы Стокса. Формула Грина.
9. Достаточные условия непрерывности и дифференцируемости по параметру для собственных интегралов.
10. Равномерная сходимость несобственных интегралов и условия Абеля – Дирихле.
11. Достаточные условия непрерывности и дифференцируемости по параметру для несобственных интегралов.
12. Гамма-функция Эйлера и ее простейшие свойства, в том числе формула понижения  $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha)$  и равенство  $\Gamma(n + 1) = n!$ .
13. Бета-функция Эйлера: представление интегралом по полупрямой, формула понижения, связь с гамма-функцией.
14. Выражение объема многомерного шара через гамма-функцию. Формула Стирлинга (без доказательства).