

**Листок 1. ВЫВОД ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ И  
ПРИВЕДЕНИЕ К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ  
УРЧП, 3-4 КУРС, 12.01.2016**

Контрольный срок по этому листку — 2 февраля 2016 года.

- 1◊1** Гибкая однородная нить длины  $l$  находится в вертикальном положении, верхний ее конец закреплен. Выведите уравнение малых поперечных колебаний нити.
- 1◊2** Выведите уравнение поперечных колебаний струны в среде, сопротивление которой пропорционально первой степени скорости.
- 1◊3** Выведите уравнение диффузии в неподвижной среде для вещества, частицы которого
- а)** распадаются со скоростью, пропорциональной концентрации;
  - б)** размножаются со скоростью, пропорциональной концентрации.
- 1◊4** Имеется однородный ненапряженный стержень длины  $l$ , расположенный вдоль оси  $Ox$ , так, что точки  $x = 0$  и  $x = l$  — левый и правый концы стержня. Рассмотрим продольные колебания стержня. Обозначим через  $u(x, t)$  смещение точки  $x$  в момент времени  $t$  вдоль оси  $Ox$ . Выведите уравнение, описывающее поведение функции  $u(x, t)$ .
- 1◊5** Верны ли следующие утверждения: если уравнение

$$\sum_{i,j=1}^n a_{i,j}(x_1, \dots, x_n) u_{x_i} u_{x_j} = 0, \quad a_{ij} \in C(\mathbb{R}^n),$$

гиперболическое (эллиптическое, параболическое) в точке, то оно является гиперболическим (соответственно эллиптическим, параболическим) также в некоторой окрестности этой точки?

- 1◊6 а)** Найдите все характеристики уравнения

$$u_{xy} - u_{yy} - u_x + u_y = 0.$$

**б)** Найдите его общее решение.

- 1◊7** Найдите общее решение уравнения

$$u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{xz} + u_{yy} + 2u_{yz} + u_{zz} - u = 0.$$