

Листок 8

1. Доказать, что существует гиперболический треугольник с углами α, β, γ , если $\alpha + \beta + \gamma < \pi$.
2. Доказать, что существует гиперболический треугольник со сторонами a, b, c , если $a + b > c, b + c > a$ и $c + a > b$.
3. Докажите, что сумма углов выпуклого гиперболического n -угольника не превосходит $\pi(n - 2)$.
- 4*. Докажите, что для любого набора $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, $\alpha_i > 0$, $\sum \alpha_i < \pi(n - 2)$, существует выпуклый гиперболический n -угольник с углами $\alpha_1, \dots, \alpha_n$.
5. Доказать, что три биссектрисы гиперболического треугольника пересекаются в одной точке.
- 6*. Доказать, что три медианы гиперболического треугольника пересекаются в одной точке.
7. Доказать, что три высоты остроугольного гиперболического треугольника пересекаются в одной точке.
- 8*. Доказать, что каждый угол гиперболического треугольника со сторонами 3, 4, 6 меньше соответствующего угла евклидова треугольника с теми же длинами сторон.
9. Доказать вторую теорему косинусов для гиперболического треугольника ABC : $\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \operatorname{ch} a$.
10. Найти группу симметрий идеального гиперболического треугольника.
11. Докажите, что композиция центральных симметрий относительно середин трех сторон гиперболического треугольника ABC является поворотом. Где находится его центр и каков угол поворота?
12. Расстояние между двумя расходящимися прямыми равно d . Найти длину проекции одной прямой на другую.