

ЛИСТОК 3. МЕТОД ФУРЬЕ

УРЧП, 3-4 КУРС, 4.03.2016

3◊1 Решите смешанную начально-краевую задачу

$$\begin{cases} u_t + u = u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(0, t) = u(l, t) = 0, \\ u(x, 0) = 1. \end{cases}$$

3◊2 Решите смешанную начально-краевую задачу

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = t, \\ u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3◊3 Найдите стационарное распределение температуры внутри бесконечного цилиндра радиуса R , если на его поверхности поддерживается температура

$$f(\varphi) = \begin{cases} -T_0, & -\pi < \varphi < 0, \\ T_0, & 0 < \varphi < \pi. \end{cases}$$

3◊4 Пусть $u(x, t)$ – решение в $[0, 1] \times [0, +\infty]$ смешанной задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = x^2(1 - x).$$

Найдите $\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^1 [u_t^2(x, t) + u_x^2(x, t)] dx$.

3◊5 Пусть $u(x, t)$ – решение в $[0, \pi] \times [0, +\infty]$ смешанной задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin^{100} x, \quad u_t(x, 0) = 0.$$

Верно ли, что $|u_t(x, \frac{\pi}{2})| > 100$ на множестве, мера которого больше 1?