

Квазиконформные отображения, комплексная динамика и пространства модулей

Алексей Глуцок

Весенний семестр 2016/2017

Теорема Пуанкаре–Кёбе об униформизации – фундаментальная теорема геометрии, утверждающая, что всякая односвязная риманова поверхность конформно-эквивалентна либо сфере Римана, либо комплексной прямой \mathbb{C} , либо диску. Теория квазиконформных отображений, созданная Г.Гречем, М.А.Лаврентьевым и Ч.Морри Мл. в 1920–1930-х гг. и развитая Л.Альффорсом и Л.Берсом, переносит теорему об униформизации на *непостоянные* и даже *разрывные* комплексные структуры. Она имеет много важных применений в комплексной динамике, клейновых группах, теории Тейхмюллера, пространствах модулей, геометрии. Включая фундаментальный прорыв в динамике рациональных итераций: знаменитую теорему Сулливана об отсутствии блуждающих компонент множества Фату.

Мы докажем основную теорему теории квазиконформных отображений (измеримую теорему Римана) и обсудим вышеупомянутые приложения. Затем мы перейдем к теории Тейхмюллера, изучающей пространство различных комплексных структур на отмеченной замкнутой поверхности, и к его фактору: пространству модулей римановых поверхностей.

Примерная программа курса

1. Квазиконформные отображения: введение и основная теорема.
2. Доказательство в гладком случае на торе.
3. Неравенство Греча и доказательство в общем случае.
4. Приложение: теорема об отсутствии блуждающих компонент.
5. Структурная устойчивость и голоморфные движения.
6. Клейновы группы. Теорема Альфорса о конечности. Гипотеза о мере.
7. Пространства Тейхмюллера.

Требуемые знания: комплексный анализ одной переменной.

Учебные материалы:

Л.Альффорс. Лекции о квазиконформных отображениях.

J.Hubbard. Teichmüller Theory and Applications to Geometry, Topology, and Dynamics.

C. McMullen. Riemann surfaces, dynamics and geometry. Course notes:

<http://www.math.harvard.edu/~ctm/home/text/class/harvard/275/09/html/base/rs/rs.pdf>