

Введение в топологию (Гладкие многообразия)

С.М.Натанзон

1. Категория гладких многообразий

Гладкие многообразия. Морфизмы и изоморфизмы. Задание многообразий уравнениями.

2. Касательное пространство.

Касательные векторы. Операторы дифференцирования в точке. Координатное описание касательного вектора. Дифференциал отображения.

3. Гладкие отображения.

Регулярные точки отображения. Теорема Сарда. Вложение многообразий в векторное пространство (теорема Уитни).

4. Векторные расслоения.

Определения и примеры. Классифицирующая теорема. Тензорные произведения расслоений. Внешние степени расслоений.

5. Формула Стокса.

Дифференциальные формы. Интегрирование дифференциальных форм. Общая формула Стокса. Маломерные редукции общей формулы Стокса (формулы Грина, классическая формула Стокса, формула Остроградского-Гаусса).

Эти лекции уже прочитаны. Их полный текст выложен на страничке курса <https://math.hse.ru/data/2016/12/14/1111745488/AnalMnogN2.pdf>

6. Некоторые топологические инварианты.

Когомологии де Рама и сингулярные гомологии. Гомотопическая инвариантность когомологий де Рама. Последовательность Майера-Вьеториса. Степень отображения.

7. Аффинная связность.

Связность в расслоениях. Тензор кривизны. Ковариантное дифференцирование тензорных полей. Геодезические.

8. Риманова геометрия.

Метрика в расслоениях. Метрика в касательном расслоении. Связность Леви-Чевитто. Форма объема и ее приложения.

9. Классы Черна и классы Понтрягина (если успею).