

УСТНЫЙ ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ  
НА ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ

ЗАДАЧА 1. Сколькими способами можно в клетках квадрата  $3 \times 3$  расставить числа от 1 до 9 (каждое занимает одну клетку и встречается один раз) так, чтобы сумма чисел на каждой из двух диагоналей равнялась 8?

ЗАДАЧА 2. Для каждой точки с координатами  $(p, q)$  рассмотрим квадратный трехчлен  $x^2 + px + q$ . Покрасим точку зеленым цветом, если соответствующий квадратный трехчлен имеет два корня, один из которых принадлежит отрезку  $[-2, -1]$ , а другой — отрезку  $[1, 2]$ . Изобразите на плоскости множество зеленых точек и найдите его площадь.

ЗАДАЧА 3. В треугольнике  $ABC$  расстояние от вершины  $C$  до точки пересечения высот равно радиусу описанной окружности. Какой может быть величина угла  $C$ ?

ЗАДАЧА 4. Пусть  $S_1$  — сфера радиуса 7, а  $S_2$  — сфера радиуса 1, расположенные в пространстве так, что расстояние между их центрами равно 10. Прямая  $l$  касается первой сферы в точке  $K_1$ , а второй — в точке  $K_2$ .

Какую максимальную и какую минимальную длину может иметь отрезок  $K_1K_2$ ?

ЗАДАЧА 5. Найдите все целочисленные решения системы уравнений

$$\begin{cases} a^4 - b^4 - c^4 = a^2b^2c^2 \\ a^3 = b^2 + c^2. \end{cases}$$