

# Введение в динамические системы

К. Толмачев

Динамическая система — самое естественное понятие на свете.

Пусть  $X$  — некоторое пространство,  $f$  ( $f^t$ ) — его отображение в себя (однопараметрическая группа отображений). Пара  $(X, f)$  называется динамической системой. Нас будет интересовать поведение орбит итераций  $f^{on}$  при  $n \rightarrow \infty$  (соответственно, поведение орбит однопараметрической группы при  $t \rightarrow \infty$ ). Примерами динамических систем могут служить: все механические системы ( $X$  — фазовое пространство,  $f^t$  — эволюция системы во времени), гомео- и диффеоморфизмы различных многообразий, потоки на многообразиях, бильярды и т.д.

Некоторые из тем, которые я планирую затронуть (не обязательно в этой последовательности):

1. Начала эргодической теории. Эргодическая теорема Биркгофа-Хинчина, эргодичность поворота окружности и т.д.
2. Геодезические и орициклические потоки на поверхностях постоянной отрицательной кривизны, их эргодичность.
3. Диффеоморфизмы Аносова, гиперболические системы.
4. Перекладывания отрезков, их связь с потоками на плоских поверхностях.
5. Энтропия. Теорема Колмогорова о схемах Бернулли.
6. Спектральная теория динамических систем.
7. \*Асимптотическая теория представлений симметрической группы, теорема Вершика-Керова.  
\* - по желанию слушателей/если позволит время.

Для понимания курса желательно знакомство с понятиями меры, многообразия и касательного пространства.