

Особенности дифференцируемых отображений и симплектическая геометрия

Семинар П. Пушкаря и Н. Тюрина "Симплектическая геометрия" на 2012/2013 учебный год

В следующем году мы хотим обсудить базовые аспекты теории особенностей, следуя замечательной книге В.И. Арнольда, А.Н. Варченко и С.М. Гуссейн - Заде "Особенности дифференцируемых отображений". Теория особенностей достаточно молодая наука, однако спектр ее применения невероятно широк - практически в каждой области современной математики возникают задачи и вырабатываются методы, связанные с особенностями. Наиболее распространенный принцип таков - если вам надо что-то посчитать в гладкой ситуации, то можно попробовать продеформировать все к вырожденному случаю, и при этом ответ станет очевидным. Кроме того, известно высказывание *Physics without singularities is too boring*, так что все сказанной в равной мере можно отнести и к современной физике.

Особо важным для нас является то, что книга "Особенности дифференцируемых отображений" ориентирована на читателя с минимальным запасом знаний из высшей математики. В предисловии авторы предполагают лишь "умение дифференцировать и немного линейной алгебры и геометрии" (правда, осмотрительного читателя должна смутить некая неопределенность - что "немного" для Арнольда может оказаться не таким уж немногим). Это значит, что мы хотим привлечь на наш семинар **студентов 2-3 курсов и смелых первокурсников**. Предполагается, что некоторые темы и задачи будут предложены в качестве докладов, которые сделают желающие студенты (надо приучаться к выступлению у доски); кроме того, по ходу дела мы представим задачи, которые могут быть использованы для курсовых работ.

Предварительная программа семинара тупо следует оглавлению "Особенностей...":

1. Основные понятия
2. Критические точки гладких функций
3. Особенности каустик и волновых фронтов

В последнем пункте нам понадобится симплектическая геометрия, это потребует от всех участников семинара больших трудов, которые будут с лихвой компенсированы тем, что мы номинально подтвердим легитимность этого курса. Знакомство с симплектической геометрией будет неформальным т.к. мы не можем предполагать у слушателей глубоких знаний в дифференциальной геометрии, однако мы постараемся разнообразить обсуждение многими простыми примерами топологически нетривиальными примерами симплектических многообразий, главным из которых будет случай комплексного проективного пространства.