

# Программа курса "Введение в теорию чисел"

Алексей Зыкин

1. **Введение.** Немного о диофантовых уравнениях (теорема Матиясевича, теорема Ферма, конгруэнтные числа и эллиптические кривые)
2. **Теория Галуа и конечные поля.** Основные факты из теории Галуа. Структура конечных полей. Уравнения над конечными полями. Квадратичный закон взаимности.
3.  **$p$ -адические числа.** Сравнения и  $p$ -адические числа. Лемма Гензеля. Теорема Островского.
4. **Квадратичные формы.** Представление чисел квадратичными формами над  $\mathbb{Q}_p$  и над  $\mathbb{Q}$ . Теорема Минковского-Хассе.
5. **Поля алгебраических чисел.** Разложение на простые идеалы, ветвление, дискриминант. Нормирования полей алгебраических чисел.
6. **Единицы и классы идеалов.** Представление чисел полными разложимыми формами. Группа классов идеалов. Теорема Дирихле о единицах.
7. **Эллиптические кривые.** Базовые свойства. Теорема Морделла-Вейля.
8. **Дзета-функции.** Распределение простых чисел и дзета-функция Римана. Теорема Дирихле о простых числах в арифметических прогрессиях. Функциональное уравнение для дзета-функции Дедекинда и формула для вычета.

Планируется, что курс будет доступен для студентов, начиная с третьего курса. Продвинутым младшекурсникам приходиться тоже не возбраняется.

## Список литературы

- [1] Борович З. И., Шафаревич И. Р. *Теория чисел*. — М.: Наука, 1985.
- [2] Вейль А. *Основы теории чисел*. — М.: Едиториал УРСС, 2004.
- [3] Кнапп Э. *Эллиптические кривые*. — М.: Факториал Пресс, 2004.
- [4] Коблиц Н.  *$p$ -адические числа,  $p$ -адический анализ и дзета-функции*. — М.: Мир, 1982.
- [5] Ленг С. *Алгебра*. — М.: Мир, 1968.
- [6] Ленг С. *Алгебраические числа*. — М.: Мир, 1972.
- [7] Манин Ю. И., Панчишкин А. А. *Введение в современную теорию чисел*. — М.: МЦНМО, 2009.
- [8] Серр Ж.-П. *Курс арифметики*. — М.: Мир, 1972