

## ИНВАРИАНТЫ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ ГРУПП

ЛЕКТОР: А. Л. Городенцев

ПРЕРЕКВИЗИТЫ. Весьма желательны:

- 1) знакомство с началами аффинной и проективной алгебраической геометрии: теоремы Гильберта о базисе и о нулях полиномиального идеала и теоремы о размерностях слоёв и (замыканий) образов алгебраических отображений между алгебраическими многообразиями;
- 2) некоторое общее представление о группах и алгебрах Ли и связях между ними.

Первое будет эпизодически использоваться в курсе в виде набора стандартных теорем, в которые легко поверить, но доказательства которых даны не будут. Второе тоже не является формально необходимым: ключевые результаты общей теории, в том виде, как они выглядят для классических групп, будут рассмотрены нами вполне автономно. Однако, понимание того, какое место классические группы занимают в общей теории групп и алгебр Ли крайне важно, и мы настоятельно рекомендуем всем потенциальным слушателям данного курса также прослушать и сдать (до, или после, или одновременно с этим курсом) соответствующий спецкурс по общей теории групп и алгебр Ли и их представлений.

КРАТКАЯ АННОТАЦИЯ.

Классические группы суть  $SL_n(\mathbb{C})$ ,  $SO_n(\mathbb{C})$  и  $Sp_n(\mathbb{C})$ . Их изучение тесно связано также с группами  $\mathfrak{S}_n$  (симметрическая группа),  $GL_n(\mathbb{C})$ ,  $O_n(\mathbb{C})$  и  $Spin_n(\mathbb{C})$  (спинорная группа). В курсе будут описаны конечномерные рациональные представления этих групп и указаны подходы к построению их рациональных и полиномиальных инвариантов, в частности, инварианты действий этих групп на наборы векторов в тавтологическом представлении и соотношения между ними. Я надеюсь научить повсеместно используемым как в математике, так и в математической физике эффективным приёмам работы со всем этим хозяйством, а также разобрать большое число геометрических примеров: внутреннюю геометрию классических, изотропных и лагранжевых грассманианов, многообразия флагов, штучные феномены в малых размерностях (такие как триальность) и т. п.

УЧЕБНИКИ:

- *W. Fulton, J. Harris. Representation Theory. A First Course.* Springer, 1991.
- *У. Фултон. Таблицы Юнга и их приложения к теории представлений и геометрии.* МЦНМО, 2006.
- *Г. Вейль. Классические группы, их инварианты и представления.* ИЛ, 1947.

(всё есть в «колхозе»).