

## ТЕМЫ КУРСОВЫХ РАБОТ, 2012–13 УЧЕБНЫЙ ГОД

Л. ПОСИЦЕЛЬСКИЙ

1. Теорема Гильберта о базисе. (1 курс)

Литература: [1] М. Атья, И. Макдональд. Коммутативная алгебра.

[2] К. Goodearl, R. Warfield. An introduction to noncommutative Noetherian rings.

2. Теорема Гильберта о нулях. (1 курс)

Литература: М. Атья, И. Макдональд. Коммутативная алгебра.

3. Проконечные группы как проективные пределы конечных групп и как компактные вполне несвязные топологические группы. (1–2 курс)

Литература: [1] Дж. Касселс, А. Фрелих. Алгебраическая теория чисел. Глава V.

[2] Н. Бурбаки. Общая топология. Глава III, параграф 4, пункт 6.

4. а) Подгруппа свободной группы свободна. (1 курс)

Литература: А. Фоменко, Д. Фукс. Курс гомотопической топологии.

б) Проективные проконечные группы. (2–3 курс)

Литература: [1] Ж.-П. Серр. Когомологии Галуа. Глава I, параграф 3, пункт 4.

[2] M. Fried, M. Jarden. Field arithmetic. Chapter 20, Section 4.

5. Теорема Гильберта о неприводимых многочленах. (2 курс)

Литература: Н. Voelklein. Groups as Galois Groups: An introduction. Chapter 1, Section 2.

6. а) Архимедовы нормирования. Теорема Торнхейма. (1–2 курс)

Литература: С. Ленг. Алгебра. Глава XII, параграф 2.

б) Продолжение нормирования на алгебраическое расширение полного поля. (2 курс)

Литература: [1] Дж. Касселс, А. Фрелих. Алгебраическая теория чисел. Глава II, параграф 10.

[2] С. Ленг. Алгебра. Глава XII, параграфы 2 и 4.

[3] Б. ван-дер-Варден. Алгебра. Глава 18.

7. Трансцендентность  $e$ ,  $\pi$ , и  $\alpha^\beta$ . (2 курс)

Литература: С. Ленг. Алгебра. Добавление в конце.

8. а) Квадратичные алгебры с двумя образующими. (1 курс)

б) Квадратичные алгебры с одним соотношением. (1 курс)

Литература: [1] A. Polishchuk, L. Positselski. Quadratic algebras. AMS, 2005.

[2] В. Уфнарковский. Комбинаторные и асимптотические методы в алгебре. “Алгебра-6”, серия “Современные проблемы математики. Фундаментальные направления”, том 57. Итоги науки и техники ВИНТИ, Москва, 1990.

9. Сколько разных рядов Гильберта имеют некоммутативные мономиальные алгебры с 5 и 6 образующими? (Компьютерный счет, 1–2 курс)

Литература: см. тему 8.

10. Задание симметрической группы образующими и соотношениями. (1 курс)

Подберите литературу самостоятельно.

11. а) Построить базис в алгебре Клиффорда целочисленной квадратичной формы. (1 курс)

Подберите литературу самостоятельно.

б) Теорема Пуанкаре–Биркгофа–Витта. (2–3 курс и 1 курс магистратуры)

Литература: [1] Ж.-П. Серр. Алгебры Ли и группы Ли. Часть I “Алгебры Ли”, глава III.

[2] Семинар “Софус Ли”. “Теория алгебр Ли. Топология групп Ли.” Глава 1.

[3] Л. Посицельский. Неоднородная квадратичная двойственность и кривизна. *Функц. анализ и его прил.* **27**, №3, стр. 57–66, 1993.

[4] A. Polishchuk, L. Positselski. Quadratic algebras. AMS, 2005. Chapter 5.

[5] A. Braverman, D. Gaitsgory. Poincaré–Birkhoff–Witt theorem for quadratic algebras of Koszul type. *Journ. Algebra* **181**, #2, p. 315–328, 1996.

в) Теорема типа ПБВ для неоднородных соотношений с компонентами в градуировках 2, 3, 4, ... с кошулевой квадратичной частью; примеры и приложения. (3 курс бакалавриата и 1 курс магистратуры)

Литература: [1] L. Positselski, A. Vishik. Koszul duality and Galois cohomology, 1995.

[2] M. Hutchings. Integration of singular braid invariants and graph cohomology. *Transactions AMS* **350**, #5, p. 1791–1809, 1998.

г) Бриллиантовая лемма. (2–3 курс и 1 курс магистратуры)

Литература: [1] Paul M. Cohn. Algebra, volume 3.

[1b] Paul M. Cohn. Further algebra and applications.

[1c] Paul M. Cohn. Universal algebra.

[2] G. Bergman. The diamond lemma for ring theory. *Advances in Math.* **29**, #2, p. 178–218, 1978.

[3] D. Anick. On the homology of associative algebras. *Transactions AMS* **296**, #2, p. 641–659, 1986.

12. Формула Кэмпбелла–Хаусдорфа. (2 курс)

Литература: [1] Ж.-П. Серр. Алгебры Ли и группы Ли. Часть I “Алгебры Ли”, глава IV.

[2] Семинар “Софус Ли”. “Теория алгебр Ли. Топология групп Ли.” Глава 18.

13. а) Теорема Хопфа о положительно градуированных суперкоммутативных биалгебрах, ее варианты и обобщения. (2–3 курс и 1 курс магистратуры)

Литература: [1] А. Борель. О когомологиях главных расслоенных пространств и однородных пространств компактных групп Ли, глава II. “Расслоенные пространства и их приложения”, сборник переводов, Москва, 1958.

[2] J. Milnor, J. Moore. On the structure of Hopf algebras. *Annals of Math.* **81**, #2, p. 211–264, 1965.

б) Теорема Бореля о мультипликативной спектральной последовательности. (2–3 курс)

Литература: А. Борель. О когомологиях главных расслоенных пространств и однородных пространств компактных групп Ли, глава IV. “Расслоенные пространства и их приложения”, сборник переводов, Москва, 1958.

14. а) S–A двойственность. (3 курс бакалавриата и 1 курс магистратуры)

Литература: [1] С. Гельфанд. Пучки на  $\mathbb{P}_n$  и проблемы линейной алгебры. Приложение к книге: К. Оконек, М. Шнейдер, Х. Шпиндлер. Векторные расслоения на комплексных проективных пространствах.

[2] L. Positselski. Two kinds of derived categories, Koszul duality, and comodule-contramodule correspondence. Appendix A.

б) Двойственность Серра–Гротендика над аффинным пространством, ее варианты и обобщения. (3 курс бакалавриата и 1 курс магистратуры)

Литература: [1] R. Hartshorne. Residues and duality.

[2] S. Iyengar, H. Krause. Acyclicity versus total acyclicity for complexes over noetherian rings. *Documenta Math.* **11**, p. 207–240, 2006.

[3] L. Positselski. Two kinds of derived categories, Koszul duality, and comodule-contramodule correspondence. Section 5, Appendix B.

[4] L. Positselski. Homological algebra of semimodules and semicontramodules. Chapter 5.

[5] L. Positselski. Coherent analogues of matrix factorizations and relative singularity categories. Section 2.5.

15. Контра модули над целыми  $l$ -адическими числами. (1–2 курс)

Литература: [1] L. Positselski. Homological algebra of semimodules and semicontramodules. Appendix A.

[2] L. Positselski. Weakly curved  $A_\infty$ -algebras over a topological local ring. Appendix B.

[3] U. Jannsen. Continuous étale cohomology. *Math. Annalen* **280**, #2, p. 207–245, 1988.

[4] A.K. Bousfield, D.M. Kan. Homotopy limits, completions, and localizations. *Lecture Notes in Math.* **304**. Section VI.

16. Контрагерентные копучки на проективных пространствах. Аналог описания Серра абелевой категории (квази)когерентных пучков над проективным спектром в терминах градуированных модулей над градуированной алгеброй для точной категории контрагерентных копучков. (Открытый вопрос; 3–4 курс и 1–2 курс магистратуры.)

Литература: [1] J.-P. Serre. Faisceaux algébriques cohérents.

[2] A. Grothendieck. EGA III. Scholie 2.3.3 (подберите более доступное изложение самостоятельно).

[3] L. Positselski. Contraherent cosheaves.

17. Производные категории контрагерентных копучков и производное контра соответствие над неполуотделимой нетеровой схемой. (Открытый вопрос; 4 курс бакалавриата и 1–2 курс магистратуры.)

Литература: L. Positselski. Contraherent cosheaves.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ-ВШЭ

*E-mail address:* `posic@mccme.ru`