

Алгебра. 1 курс. Вопросы к коллоквиуму. 1 модуль.

Здесь "кольцо" всегда обозначает коммутативное ассоциативное кольцо с единицей.

- 1) Однозначность разложения на простые множители в кольце $\mathbb{Z}$.
- 2) Теорема Эйлера.
- 3) Малая теорема Ферма.
- 4) Функция Эйлера; ее мультипликативность.
- 5) Обратимые, необратимые, нильпотентные и идемпотентные элементы кольца $\mathbb{Z}_n$.
- 6) Любое кольцо содержит подкольцо, изоморфное $\mathbb{Z}$ или $\mathbb{Z}_n$.
- 7) Определение характеристики кольца без делителей нуля. Доказательство того, что характеристика — простое число или 0.
- 8) Определение порядка элемента в группе. Если $a^n = e$, то n делится на порядок элемента a . Определение циклической группы. Пример нециклической группы.
- 9) Критерий разложимости кольца в прямое произведение колец.
- 10) Критерий разложимости кольца $\mathbb{Z}_n$ в прямое произведение. Явные формулы для изоморфизма. Китайская теорема об остатках.
- 11) Определение кольца многочленов $A[t]$ над кольцом A . Гомоморфизм из кольца $A[t]$ в кольцо функций из A в A . Условия сюръективности и инъективности этого гомоморфизма.
- 12) Интерполяционная формула Лагранжа.
- 13) Деление с остатком в кольце многочленов над кольцом. Достаточные условия существования и единственности деления с остатком. Теорема Безу.
- 14) Теорема Виета. Основные симметрические многочлены. Бином Ньютона.
- 15) Биномиальные коэффициенты; явная и рекуррентная формула для них.
- 16) Однозначность разложения на неприводимые множители в кольце многочленов над полем.
- 17) Конструкция поля частных.
- 18) Кольцо формальных степенных рядов над полем. Критерий обратимости степенного ряда.
- 19) Кольцо формальных степенных рядов над полем. Его поле частных.