Темы курсовых
А.И.Зыкин

1 курс

1. *Кубик Рубика.* Требуется описать группу вращений и допустимые положения кубика. Задача представляет собой конкретное введение в элементарную теорию групп.
W. D. Joyner "Mathematics of the Rubik's cube"
J. Chen "Group Theory and the Rubik's Cube"

1-2 курс

2. *Почему интегралы не берутся.* Теорема Лиувилля дает ответ на классический и очень естественный вопрос о том, какие функции интегрируются в элементарных, а какие нет.
А. Г. Хованский “Топологическая теория Галуа”

1-3 курс

3. *Число классов идеалов квадратичных полей - арифметика, алгебра, анализ.* Число классов идеалов квадратичных полей возникает в самых разных задачах: при классификации квадратичных форм с данным дискриминантом, в задачах о решетках на плоскости, в задаче об описании модулей над кольцом целых квадратичного поля и т.д. Удивительным образом для этого числа имеется интерпретация в терминах значения некоторой аналитической функции – дзета-функции Дедекинда. Подобная связь – один из теоретико-числовых фактов, ведущих к очень глубоким теоремам и гипотезам.
З. И. Боревич, И. Р. Шафаревич "Теория чисел"

4. *Квадратичный, кубический и биквадратичный законы взаимности. Простые числа вида x^2+ny^2.* Попытка ответить на несложный по формулировке вопрос о характеризации простых чисел вида x^2+ny^2 приводит к различным законам взаимности, а полный ответ на него требует всей мощи теории полей классов.
К. Айерленд, М. Роузен "Классическое введение в современную теорию чисел"
D. A. Cox "Primes of the form x^2+ny^2"

5. *Евклидовы кольца*. Задача об описании полей алгебраических чисел с Евклидовыми кольцами целых (т. е. такими, в которых возможно деление с остатком) оказывается связанной с глубокими проблемами теории чисел, например, с обобщенной гипотезой Римана.
F. Lemmermeyer "The Euclidean algorithm in algebraic number fields"
M. A. Simachew "A survey on euclidean number fields"
V. Peric, M. Vukovic "Some examples of principal ideal domain which are not Euclidean"
D. A. Clark, M. R. Murty "The Euclidean algorithm for Galois extensions of Q"

2-3 курс

6. *Графы расширители и модулярные формы*. Графы расширители – это «очень связные» графы со сравнительно небольшим числом ребер. Они оказываются полезными как в практических задачах теории информации и теории кодирования, так и в теоретических вопросах. Имеются удивительные конструкции графов расширителей с использованием таких, казалось бы, абстрактных математических объектов как модулярные формы.
П. Сарнак "Модулярные формы и их приложения"

7. *Почему эллиптические интегралы не берутся.* Ответ на вопрос о том, почему интегралы от квадратных корней из кубических многочленов (эллиптические интегралы) не берутся, невозможен без понимания теории римановых поверхностей, раздела, играющего исключительно важную роль в математике.
А. Г. Хованский “Топологическая теория Галуа”

8. *Разрешимость линейных дифференциальных уравнений в квадратурах*. Теорема Пикара-Вессио даёт ответ на вопрос о разрешимости дифференциальных уравнений в квадратурах. Это аналог обычной теории Галуа для дифференциальных уравнений.
А. Г. Хованский “Топологическая теория Галуа”
И. Капланский “Введение в дифференциальную алгебру”

9. *Дзета-функции групп*. Во многих разделах математики (в особенности в арифметической геометрии и теории чисел) применение дзета-функций приводит к замечательным результатам. Теория групп не является исключением.
M. de Sautoy “Zeta functions of groups: The quest for order versus the flight from ennui”

10. *Рациональность дзета-функций проективных и аффинных алгебраических многообразий*. Гипотезы Вейля о дзета-функциях многообразий (рациональность, абсолютная величина нулей и полюсов и т.п.) играли ключевую роль в формировании алгебраической геометрии. Теорема Дворка дала ответ на часть этих гипотез о рациональности дзета-функций.
Н. Коблиц "p-адический анализ, p-адические числа и дзета-функции"

11. *Уравнение Каталана и теорема Михайлеску.* Гипотеза Каталана о том, что все решения уравнения x^p-y^q=1 исчерпываются 3^2-2^3=1 была доказана лишь в 2002 году П. Михайлеску. Доказательство использует красивые методы из теории круговых полей.
R. Schoof "Catalan's conjecture"
J. Daems "A cyclotomic proof of Catalan's conjecture"
Y. F. Bilu "Catalan's conjecture"
M. Mischler "La conjecture de Catalan"