

Темы курсовых работ
на 2012-2013 учебный год

Вячеслав Павлович Спиридонов
ведущий научный сотрудник Лаборатории теоретической физики
ОИЯИ, г. Дубна

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Эллиптические гипергеометрические функции являются в настоящее время вершиной достижений теории специальных функций. Они были открыты всего около 10 лет назад и являются предметом активных исследований.

Они нашли много важных приложений в математике (комбинаторика, гармонический анализ на корневых системах, теория представлений групп Ли, теория автоморфных форм, теория аппроксимации, цепные дроби, топология, теория разностных уравнений и пр.) и в математической физике (системы многих тел в квантовой механике, точно решаемые модели статистической механики, случайные матрицы, стохастические процессы и, самое интересное, описание топологического сектора в четырехмерных суперсимметричных теориях поля). В качестве курсовых работ предлагается разбор наиболее важных формул теории и, возможно, анализ некоторых нерешенных математических вопросов.

Темы (для студентов 1-3 курса):

1) Эллиптические гамма-функции.

Тэта-функции Якоби. Определение эллиптических гамма-функций в виде специальных решений разностного уравнения первого порядка с коэффициентом в виде тэта-функции Якоби. Формулы удвоения аргумента и отражения и другие тождества. Предельные соотношения.

2) Многократная дзета-функция и гамма-функция Барнса.

Определение многократной дзета-функции Барнса в виде ряда и интегральное представление для нее. Определение многократной гамма-функции Барнса и гиперболической гамма-функции и интегральные представления для них. Вывод связи гамма-функции Барнса третьего порядка с эллиптической гамма-функцией.

3) Эллиптическая бета-функция.

Эллиптические функции. Разностное уравнение первого порядка с коэффициентом в виде эллиптической функции. Определение общих эллиптических гипергеометрических интегралов. Определение эллиптического бета-интеграла в виде контурного интеграла от специальной комбинации эллиптических гамма-функций. Теорема о точном вычислении этого интеграла.

4) Эллиптический аналог гипергеометрической функции Эйлера-Гаусса.

Определение ${}_2F_1$ -функции Эйлера-Гаусса, интегральное представление Эйлера, гипергеометрическое уравнение. Эллиптические функции и эллиптическая гамма-функция. Определение эллиптического аналога гипергеометрической функции, вывод преобразования симметрии и эллиптического гипергеометрического уравнения.