

Темы курсовых работ на 2012–2013 год И.В. Вьюгин (vyugin@gmail.com)

Тема 1.(1-4 курсы) Известный в теории чисел метод С.А. Степанова позволяет оценивать мощности некоторых подмножеств в поле \mathbb{Z}_p . Так, в работе [1] с помощью этого метода была получена оценка мощности множества $|R \cap (R + q)|$, где R – подгруппа мультипликативной группы \mathbb{Z}_p^* , а в работе [2] этот результат был распространен на случай нескольких сдвигов подгруппы, получена оценка для $|R \cap (R + q_1) \cap \dots \cap (R + q_n)|$. Предлагается изучить эти работы и усилить результаты, например, распространив их также на дробно-линейные образы подгруппы R . Метод должен это позволить.

Сам метод достаточно элементарен, работу [1] может изучить первокурсник, а работу [2] – второкурсник, так как в ней используются базовые факты про линейные дифференциальные уравнения.

Тема в разных объемах доступна любому курсу.

[1] D. R. Heath-Brown, S. Konyagin, *New bounds for Gauss sums derived from k th powers, and for Heilbronn's exponential sum*, *Quart. J. Math.* 51 (2000), 221–235.

[2] И. В. Вьюгин, И. Д. Шкредов, *Об аддитивных сдвигах мультипликативных подгрупп*, *Матем. сб.*, 2012, том 203, номер 6, страницы 81–100.

Тема 2.(2 курс) Изучить первую главу книги А.Г. Хованского [1] о представимости первообразных от элементарных функций в явном виде.

Тема для 2-го курса. Продолжение в теме 2.

[1] А.Г. Хованский, *Топологическая теория Галуа*, МЦНМО, 2008.

Тема 3.(3-4 курсы) Освоить основы дифференциальной теории Галуа (см. [1]). Дифференциальная теория Галуа – теория, аналогичная алгебраической теории, дающая ответ о возможности разрешимости линейных дифференциальных уравнений в явном виде.

[1] M. van der Put, M. F. Singer, *Galois Theory of Linear Differential Equations*, Springer, Berlin 2003.

Тема 4.(2-4 курсы) И.А. Лаппо-Данилевский [1] построил теорию матричных рядов, научился локально обращать отображения, заданные в виде рядов от матриц. Он построил ряды, выражающие матрицы монодромии системы линейных дифференциальных уравнений через ее коэффициенты, и научился обращать их в окрестности одной конкретной точки (единичных матриц монодромии). Нужно изучить эти методы и попробовать обобщить этот результат на окрестность произвольной точки.

[1] И.А. Лаппо-Данилевский, *Применение функций от матриц к теории линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений*.