

Программа коллоквиума по алгебре

Первый модуль, второй курс, осень 2012 г.

October 18, 2012

1. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах: существование выражения симметрического многочлена через элементарные (любое из двух доказательств)
2. Алгебраическая независимость элементарных симметрических многочленов (любое из двух доказательств).
3. Критерий наличия общего корня у двух многочленов. Результат.
4. Вычисление результата двух многочленов через их корни.
5. Производная многочлена. Дискриминант.
6. Прямое произведение групп. Внешнее и внутреннее прямое произведение. Критерий представимости группы в виде прямого произведения двух своих подгрупп.
7. Автоморфизмы группы. Автоморфизмы $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
8. Полупрямое произведение групп. Внешнее и внутреннее полупрямое произведение. Критерий представимости в виде полупрямого произведения.
9. Коммутант группы. Нормальность коммутанта. Вычисление коммутантов групп S_n и A_n .
10. Порождённости группы $SL_n(K)$ трансвекциями. Вычисление коммутантов $GL_n(K)$ и $SL_n(K)$ при $K \neq \mathbb{F}_2$ и \mathbb{F}_3 .
11. Коммутант как наименьшая нормальная подгруппа, фактор по которой абелев.
12. Разрешимые группы. Группа разрешима тогда и только тогда, когда её нормальная подгруппа и факторгруппа разрешимы.
13. p -группы. Нетривиальность центра p -группы.
14. Разрешимость p -группы. Коммутативность группы порядка p^2 .
15. Силовские p -подгруппы. Первая теорема Силова.
16. Вторая и третья теоремы Силова.
17. Кватернионы. Операции, норма, матричное представление. Кватернионы нормы 1, изоморфизм с $SU(2)$.
18. Чисто мнимые кватернионы. Умножение и его связь с операциями над векторами в \mathbb{R}^3 . Действие $SU(2)$ на пространстве чисто мнимых кватернионов.
19. Изоморфизм $SU(2)/\{\pm E\} \xrightarrow{\sim} SO(3)$.