

Алгебра. 1 курс. Самостоятельная работа 3.

1)-2) Для оператора, заданного каждой из двух матриц A и B из предыдущей работы (над полем $\mathbb{F}_3$) найдите характеристический и минимальный многочлен и корневое разложение, т.е. укажите базис корневых подпространств, в котором оператор записывается блочно-диагональной матрицей с матрицами Фробениуса на диагонали. Выпишите матрицу T перехода к этому базису и проверьте, что матрица $T^{-1}MT$, действительно, имеет требуемый вид. Перечислите все инвариантные подпространства.

3) Найдите характеристический и минимальный многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы M над $\mathbb{R}$.

$$M = \begin{pmatrix} c & -b & c-a \\ c-a & a-b & c-a \\ -b & b & a-b \end{pmatrix},$$

где a = число букв в имени;

b = число букв в отчестве;

c = число букв в фамилии.

Существует ли базис, составленный из собственных векторов матрицы M ? Если да, то напишите матрицу T перехода к этому базису и проверьте, что матрица $T^{-1}MT$, действительно, диагональная. Перечислите все двумерные инвариантные подпространства для оператора, заданного матрицей M .

4) Пользуясь соотношением из предыдущего пункта, вычислите M^n для произвольного целого n .