

## Механика и теория поля. Задачи к экзамену 26.12.2012

1. Точечный электрический заряд  $q$  движется относительно лабораторной системы отсчета прямолинейно с постоянной скоростью  $v$ . Пользуясь преобразованием Лоренца из сопутствующей заряду системы отсчета в лабораторную, получите выражения для векторов напряженностей электрического и магнитного полей, создаваемых зарядом в лабораторной системе отсчета.

2. В трехмерном пространстве Минковского с метрическим тензором  $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1)$  задано действие для вещественного векторного поля  $A_\mu(x)$ , взаимодействующего с комплексным скалярным полем  $\phi$

$$S[A] = \int_{M_3} d^3x \left[ \varepsilon^{\mu\nu\lambda} A_\mu \partial_\nu A_\lambda + \overline{\nabla^\mu \phi} \nabla_\mu \phi \right], \quad \nabla_\mu = \partial_\mu - iqA_\mu,$$

где  $\varepsilon^{\mu\nu\lambda}$  — полностью антисимметричный тензор третьего ранга, нормированный условием  $\varepsilon^{012} = 1$ .

- Инвариантно ли действие относительно калибровочных преобразований полей?
- Напишите уравнения движения полей  $\phi$  и  $A_\mu$ .
- Найдите тензор энергии-импульса этой системы.

3. В пространстве Минковского  $M_3$  найдите запаздывающую функцию Грина для уравнения движения свободного безмассового скалярного поля:

$$\square G(x) = \delta^{(3)}(x), \quad G(x) \equiv 0 \quad \text{при} \quad x^0 < 0.$$

Здесь  $\square = \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu$ , а  $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1)$  — метрический тензор в пространстве  $M_3$ .

4. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля в присутствии токов имеют вид:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j^\nu, \quad \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0.$$

Какой смысл имел бы 4-вектор  $\tilde{j}^\mu$ , если бы уравнение для дуального тензора имело аналогичный вид:

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} \tilde{j}^\nu ?$$

5. Точечный заряд  $-q$  движется по окружности радиуса  $R$  вокруг закрепленного точечного заряда  $q > 0$ . Период обращения равен  $T$ . Определите среднюю за период обращения интегральную мощность дипольного излучения этой системы (то есть, суммарную мощность дипольного излучения по всем направлениям).

6. Докажите, что у замкнутой системы материальных точек, у которых отношения их зарядов к массам совпадают, отсутствует электрическое дипольное излучение.