

Группы и алгебры Ли

Листок 1

Разминка

1. Докажите, что у произвольного конечного множества попарно коммутирующих операторов на конечномерном комплексном векторном пространстве есть общий собственный вектор. Можно ли отказаться от условий конечности множества операторов или от условия конечномерности векторного пространства?
2. Разложите на неприводимые компоненты n -ую тензорную степень неприводимого двумерного представления группы S_3 .
3. Постройте пару некоммутирующих векторных полей на вещественной прямой и вычислите их коммутатор.
4. Приведите пример подгруппы в двумерном торе, не являющейся замкнутым подмногообразием.
5. Укажите какую-нибудь замкнутую, но не точную гладкую один форму на двумерном торе.
6. Приведите пример приводимого, но неразложимого конечномерного комплексного представления какой-нибудь группы.