

Группы и алгебры Ли

Листок 3

Действия

1. Опишите все гомоморфизмы аддитивной группы Ли поля \mathbb{C} в группу $GL_n(\mathbb{C})$.
2. Докажите, что централизатор Z_g любого элемента $g \in GL_n$ является подгруппой Ли и найдите минимальную возможную размерность Z_g .
3. Докажите, что действие группы GL_n на любом грассманиане $Gr(k, n)$ дифференцируемо.
4. Опишите орбиты действия групп GL_n и борелевской подгруппы $B \subset GL_n$ на проективном пространстве \mathbb{P}^{n-1} .
5. Докажите, что грассманиан $Gr(k, n)$ является однородным пространством для естественного действия группы GL_n и опишите стабилизатор произвольной точки $Gr(k, n)$.
6. Докажите, что дифференцируемое отображение $f : X \rightarrow Y$ постоянного ранга k линеаризуемо в окрестности любой точки $x \in X$, т.е. существуют такие координаты в точках $x, f(x)$, что отображение f в малой окрестности x задаётся формулой

$$f(x_1, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_k, 0, \dots, 0).$$