

Группы и алгебры Ли
Листок 4
Алгебры Ли

1. Найдите алгебры Ли групп GL_n , SL_n и группы верхнетреугольных матриц с единицами на диагонали.
2. Вычислите алгебры Ли групп SO_n , Sp_{2n} , U_n .
3. Найдите (с точностью до изоморфизма) все конечномерные алгебры Ли с одномерным коммутантом.
4. Покажите, что 3-мерное пространство векторных полей на комплексной прямой вида $(az^2 + bz + c)\frac{\partial}{\partial z}$, где $a, b, c \in \mathbb{C}$, замкнуто относительно коммутатора. Докажите, что эта 3-мерная алгебра Ли изоморфна $sl_2(\mathbb{C})$.
5. Является ли присоединённое представление $SL_2(\mathbb{C})$ неприводимым?
6. Докажите, что для линейно зависимых x, y, z тождество Якоби

$$[x, [y, z]] + [y, [z, x]] + [z, [x, y]] = 0$$

следует из антикоммутативности операции $[\ , \]$.