

Группы и алгебры Ли
Листок 7
Идеалы и подалгебры

1. Найдите все идеалы в $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$ и факторалгебры Ли для каждого из этих идеалов.
2. Найдите все 2-мерные подалгебры Ли в алгебре Гейзенберга и в $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$.
3. Найдите алгебру Ли (укажите какой-нибудь базис и выпишите операцию коммутатора в этом базисе) всех дифференцирований кольца $\mathbb{C}[z]$. Найдите все идеалы в этой алгебре Ли.
4. Тот же вопрос про дифференцирования кольца $\mathbb{C}[z, z^{-1}]$.
5. Найдите факторалгебру алгебры Ли $\text{Der}(L)$ по идеалу внутренних дифференцирований, если а) L – 3-мерная абелева алгебра Ли; б) L – 3-мерная алгебра Гейзенберга.
6. Рассмотрим множество L_n всех Лагранжевых подпространств в \mathbb{R}^{2n} (то есть таких подпространств V , что $\dim V = n$ и $\omega(x, y) = 0$ для всех $x, y \in V$, где ω – стандартная симплектическая форма). Докажите, что группа $Sp(2n, \mathbb{R})$ транзитивно действует на L_n . Найдите размерность L_n .