

Группы и алгебры Ли
Листок 9
Накрытия и компоненты связности

1. Докажите, что связная одномерная группа Ли изоморфна либо \mathbb{R} , либо $S^1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$. Опишите все гомоморфизмы между одномерными группами Ли.
2. Докажите, что связная компонента единицы G^0 группы Ли G является в ней нормальной подгруппой Ли.
3. Найдите группу компонент G/G^0 для $G = O_3(\mathbb{R})$ и $G = O_{2,1}(\mathbb{R})$.
4. Рассмотрим гомоморфизм вещественных групп Ли $SU(2) \rightarrow SO(3, \mathbb{R})$. Вычислите явно касательное отображение между алгебрами Ли $\mathfrak{su}(2) \rightarrow \mathfrak{so}(3, \mathbb{R})$.
5. Докажите, что $SO(3, \mathbb{R}) \simeq \mathbb{RP}^3$.