

Введение в аналитическую теорию дифференциальных уравнений

Программа

1. Теорема существования и единственности аналитического решения дифференциального уравнения (доказательство методом мажорант).

Теория линейных уравнений.

2. Линейные дифференциальные уравнения: особые точки, монодромия. Локальное представление фундаментальной матрицы (разложение Левеля).

3. Элементы глобальной теории.

4. Гипергеометрическое уравнение.

Свойство Пенлеве для нелинейных уравнений первого порядка.

5. Условия Фукса отсутствия подвижных критических особенностей у решений уравнений вида $P(w', w, z) = 0$.

6. Уравнение Риккати.

7. Римановы поверхности алгебраических функций. Формула Римана–Гурвица для рода римановой поверхности алгебраической функции.

8. Сведение уравнений вида $P(w', w, z) = 0$ рода 0 к уравнению Риккати.

9. Нелинейные уравнения второго порядка (уравнения Пенлеве). Схема метода изомонодромных деформаций. Некоторые приложения.

Теория локальных нормальных форм.

10. Формальные нормальные формы нелинейных систем. Теоремы Пуанкаре и Пуанкаре–Дюлака. Теорема Пуанкаре о сходимости формальной замены в нерезонансном случае.

11. Особые точки вещественно-аналитических слоений. Вещественно-аналитические слоения на плоскости.

Литература

[1] В.И. Арнольд, Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Наука, 1978.

[2] Y.S. Ilyashenko, S. Yakovenko, Lectures on analytic differential equations, Graduate Studies in Mathematics, vol. 86, AMS, 2007.

[3] А.А. Болибрух, Фуксовы дифференциальные уравнения и голоморфные расслоения, МЦНМО, 2001 (или дополненное издание "Обратные задачи монодромии в аналитической теории дифференциальных уравнений" МЦНМО, 2009)

[4] В.В. Голубев, Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. Гостехтеоретиздат, 1950.

[5] Б.В. Шабат, Введение в комплексный анализ.