

В.А.Васильев. Теория особенностей

Классификация особых точек гладких функций и отображений.

Исчисление струй и теоремы трансверсальности. Стратифицированные множества.

Локальная алгебра особенности. Приведение особенностей функций к нормальной форме. Число Милнора, модальность. Список простых особенностей функций. Диаграмма Ньютона. Фильтрации в пространстве ростков. Квазиоднородные функции и отображения.

Версальные деформации, устойчивые особенности и достаточные струи.

Разрешение особенностей.

Топология неособого слоя вблизи особой точки комплексной аналитической функции. Теорема Милнора. Исчезающие циклы, диаграммы Дынкина.

Краевые особенности.

Локальная группа монодромии. Формулы Пикара-Лефшеца.

Бифуркационные диаграммы: ласточкины хвосты и каустики. Обобщенные группы кос. Локальная монодромия особенностей полных пересечений. Стратифицированные и подкрученные формулы Пикара-Лефшеца.

Ветвление интегралов и связность Гаусса-Манина. Глобальная группа монодромии.

Приложения теории Пикара-Лефшеца: особенности Ландау, ветвление функции объема, резкость ударных фронтов, алгебраичность поверхностных потенциалов, число независимых обобщенных гипергеометрических функций.

Полиномы Тома, неустранимые особенности и характеристические классы. Индекс Маслова и его обобщения. Универсальный комплекс особенностей и теория Казаряна.

Топология дискриминантов и пространства неособых отображений. Теоремы типа Смейла-Хирша-Громова. Инварианты узлов и неособых плоских кривых.

V.Vassiliev. Singularity Theory

Classification of singular points of smooth functions and maps.

Calculus of jets and transversality theorems. Stratifications.

Local algebra of a singularity. Normal forms of singularities. Milnor number, modality. List of simple function singularities. Newton diagram. Filtrations in the germ spaces. Quasihomogeneous functions and maps.

Versal deformations, stable maps and sufficient jets.

Resolution of singularities.

Topology of a non-singular fiber close to a singular point of a complex analytic function. Milnor theorem. Vanishing cycles, Dynkin diagrams.

Boundary singularities.

Local monodromy group. Picard-Lefschetz formulas.

Bifurcation diagrams: caustics and swallowtails. Generalized braid groups. Local monodromy of singularities of complete intersections. Stratified and twisted Picard-Lefschetz formulas.

Ramified integrals and Gauss-Manin connection. Global monodromy group.

Applications of the Picard-Lefschetz theory: Landau singularities, ramification of the volume function, sharp shock fronts, algebraicity of surface potentials, the number of independent general hypergeometric functions.

Thom Polynomials, unavoidable singularities and characteristic classes. Maslov index and its generalizations. Universal complex of singularities and Kazarian theory.

Topology of discriminants and spaces of non-singular maps. Smale-Hirsch-Gromov type theorems. Invariants of knots and non-singular plane curves.