

спецкурс: Groebner basis theory
(Теория базиса Грёбнера)

Информация по-русски ниже.

This course is a спецкурс for undergraduate students. But graduate students are also welcomed. Note that the lecture is given in English. The prerequisite knowledge is highschool algebra and linear algebra. We study algorithms to compute structure of ideals in polynomial rings, but basically skills of using computers is not required.

The main topic of this спецкурс is the structure of ideals of polynomial rings in many variables. We will start from reviewing the structure of the polynomial ring in one variable, $\mathbb{C}[x]$. The degree of polynomials gives an Euclidean ring structure, and arbitrary ideal of $\mathbb{C}[x]$ is generated by a single polynomial. By this fact, the structure of ideals of the polynomial ring in one variable is easy to control.

On the other hand, the polynomial ring in many variables is not so easy to investigate. In general, ideals are generated by many polynomials, not a single, and there are many choices of generators. In the last century, B. Buchberger established the theory of Groebner (Gröbner) basis which gave “standard” generators for a ideal of the polynomial ring. Moreover, he gave an algorithm how to compute the Groebner basis for a given ideal. Now this algorithm is widely used in software of algebraic computing systems.

In this course, we study the theoretical aspect of the Groebner basis. We study the algorithm to compute the Groebner basis and how it is useful to investigate the structure of ideals.

Главная тема этого спецкурса — структура идеалов в кольце многочленов от нескольких переменных. Знаем, что кольцо многочленов от одного переменного является кольцом главных идеалов, поэтому его идеал имеет базиса, состоящего из одного элемента. Но, кольцо многочленов от нескольких переменных не такой простой объект. Вообще его идеалы порождены многими многочленами и не единственным образом. В прошлом веке Бухбергер построил теорию базиса Грёбнера, который дают “стандартные” образующие производители идеала в кольце многочленов. Более того он нашёл алгоритм вычисления базиса Грёбнера для заданного идеала. Сейчас этот алгоритм используется в программах алгебраической компьютерной системы.

В спецкурсе мы рассмотрим теоретическую сторону базиса Грёбнера. Мы рассмотрим алгоритм вычисления базиса Грёбнера и как он используется, чтобы исследовать структуры идеалов.

Этот спецкурс читается по-англиски. Пререквизиты — школьная алгебра и линейная алгебра.

Toshiro Kuwabara
(Тоширо Кувабара)